

Testes para a Existência de Raízes Unitárias na Volatilidade dos Retornos do Ibovespa

JORGE CAVALCANTE*

RESUMO É um fato reconhecido e bem estabelecido que a volatilidade dos retornos de ações varia ao longo do tempo e é altamente persistente. Um dos modelos mais utilizados e que reproduz esses fatos estilizados é o modelo de volatilidade estocástica. O pesquisador pode testar a não-estacionariedade do processo de volatilidade pelo teste de uma raiz unitária no logaritmo do quadrado das séries de dados. Essa estratégia, para fins de inferência, tem várias vantagens, mas não é seguida por muitos, pois os testes de raízes unitárias têm um poder de teste muito baixo e sofrem distorções em função do tamanho da amostra. Wright (1999) mostra que esses testes são robustos a raízes negativas de processos de média móvel e permitem um teste confiável para raízes unitárias nos processos de volatilidade. Aplicam-se esses testes para o retorno do Ibovespa e obtêm-se claras indicações de rejeição da não-estacionariedade na volatilidade, replicando-se a metodologia usada por Wright (1999).

ABSTRACT *It has been now a well established fact that the volatility of asset returns is time varying and highly persistent. One of the leading models that may be used to represent these features of the data is the stochastic volatility model. We may test for non-stationarity of the volatility process by testing for a unit root in the log squared time series. This strategy has many advantages, but because of very poor size properties it has not been followed. In this paper we use the methodology as proposed by Wright (1999) in order to test for the existence of unit roots of the volatility of asset return using the Ibovespa daily stock index using Wright's (1999) methodology.*

* Economista e chefe do Departamento de Risco de Crédito do BNDES.

1. Introdução

Desde o artigo de Engle (1982), uma vasta literatura vem se desenvolvendo acerca de modelos com heterocedasticidade variante no tempo.¹ Estudiosos consideram tais trabalhos úteis para caracterizar a persistência na volatilidade e outros fatos estilizados, como a ocorrência de caudas *fat* nas séries temporais de ativos. Grande parte dessa literatura é devotada aos modelos ARCH/GARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity/Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), em que a variância da série temporal no instante t é conhecida, mas está condicionada à informação disponível em $t-1$ e anterior a esta. Mais recentemente, novos modelos foram considerados em que a variância no instante t é aleatória, mesmo após condicioná-la à informação disponível em $t-1$ e anterior a esta. Esses modelos de volatilidade estocástica são modelos de tempo discreto e são os análogos naturais dos modelos de tempo contínuo usados na teoria moderna de finanças.² Têm como vantagem o fato de se ajustarem melhor aos dados do que os modelos ARCH/GARCH. Mas têm a desvantagem de serem de difícil estimação de forma precisa, pois a variância no instante t não é uma função dos parâmetros e dos dados observados somente.

A persistência na volatilidade dos retornos das bolsas parece ser bastante alta. Essa observação motivou a formulação do modelo IGARCH (Integrated Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) por Engle e Bollerslev (1986). Essa persistência também levou alguns pesquisadores a considerar o modelo de volatilidade estocástica no qual a volatilidade é não-estacionária [Hansen (1995), Harvey et alii (1994) e Ruiz (1994)]. O modelo de volatilidade estocástica implica que o logaritmo do quadrado das séries dos índices temporais das bolsas é um processo ARMA, onde a maior raiz auto-regressiva também é a maior raiz auto-regressiva do processo da volatilidade. Portanto, é possível testar a ocorrência de raiz unitária no processo da volatilidade, que não é observado testando-se a existência de uma raiz unitária no logaritmo do quadrado das séries de índices das bolsas. Esse teste é muito fácil de ser realizado e não requer que as distribuições dos erros sejam especificadas (diferentemente do modelo de volatilidade estocástica). Infelizmente, conforme salientado por Harvey et alii (1994),

1 Para os interessados, os trabalhos de Bollerslev et alii (1992) e Bera (1993) são uma boa referência. Para uma resenha aplicada aos mercados emergentes, ver Aggarwal et alii (1995) e Leal (1995).

2 Como forma de se referir a essa discussão, ver Anderson (1997).

esse processo tem uma raiz negativa do processo de média móvel bastante alta e é fato reconhecido que os testes de raízes unitárias são afetados e tornam-se distorcidos na presença de raízes negativas no componente da média móvel do processo ARMA [Schwert (1989) e Pantula (1991)]. Entretanto, recentemente, Perron e Ng (1996), baseando-se em trabalho de Stock (1990, manuscrito, não publicado), propuseram testes de raízes unitárias modificados que são robustos a raízes negativas do componente da média móvel. Wright (1999) propôs então a utilização desses testes para testar a existência de raiz unitária no logaritmo do quadrado das séries temporais e assim testar a ocorrência de raiz unitária no processo de volatilidade. Portanto, com base na metodologia proposta por Wright (1999), iremos aplicá-la aos retornos diários. Basicamente, pretendemos não só obter resultados que nos permitam discutir a existência de raízes unitárias que poderiam caracterizar a elevada persistência dos retornos do mercado acionário brasileiro – como já explicitado por outros autores, como Valls Pereira (1999) –, mas também comparar com resultados obtidos para outros mercados, como os estudados pelo próprio Wright (1999). Também apresentamos resultados obtidos para outros mercados latino-americanos, como o mexicano e o argentino.

O trabalho se divide da seguinte forma. Na Seção 2, é descrito o modelo e o método proposto por Wright (1999) para testar a existência de raízes unitárias em um processo de volatilidade estocástica. A Seção 3 apresenta os resultados dos testes aplicados para a série do Ibovespa. A Seção 4 conclui o trabalho. Fortes evidências de rejeição da hipótese de não-estacionariedade no processo de volatilidade foram encontradas.

2. O Método Proposto por Wright para a Construção dos Testes³

Considera-se o modelo padrão de volatilidade estocástica auto-regressiva

(ARSV) no qual se especifica que $\{y_t\}_{t=1}^T$ é uma série de retornos tal que

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

³ Esta seção se baseia integralmente no desenvolvimento de Wright (1999) para permitir ao leitor acompanhar rapidamente a essência do teste proposto pelo autor. Não constitui, portanto, desenvolvimento inédito.

Nesse modelo temos também que ε_t é distribuída identicamente e independentemente (i.i.d.) com média zero e variância unitária, $\log(\sigma_t^2)$, $a(L)h_t = \eta_t$ e $a(L) = b(L)(1 - \alpha L)$ é um polinômio auto-regressivo com p defasagens de tal forma que $b(L)$ tem todas as suas raízes fora do círculo unitário. O parâmetro α é a maior raiz auto-regressiva do processo de volatilidade. Também supõe-se que η_t é i.i.d. com média zero e variância σ_η^2 e que possui uma distribuição independente de ε_t . Pode-se então escrever que

$$a(L)\log(y_t^2) = a(1)\mu + \eta_t + a(L)\log(\varepsilon_t^2) \quad (1)$$

$$a(L)\log(y_t^2) = \bar{\omega} + \eta_t + a(L)\zeta_t = \bar{\omega} + x_t$$

onde $\zeta_t = \log(\varepsilon_t^2) - E(\log(\varepsilon_t^2))$, $\bar{\omega} = a(1)(\mu + E(\log(\varepsilon_t^2)))$ e $x_t = \eta_t + a(L)\zeta_t$. Segundo Wright (1999), certo número de abordagens tem sido proposto para estimar os parâmetros do modelo de volatilidade estocástica. Esses métodos, usualmente, são dispendiosos em termos computacionais e requerem suposições adicionais sobre a distribuição dos erros, como o fato de η_t e ε_t serem normais. Na prática, esses estimadores são aplicados impondo-se $p = 1$, muito embora isso seja uma simplificação do ponto de vista dos procedimentos computacionais.⁴

Como explicita Wright (1999), se só estamos decidindo se $\alpha = 1$ ou não, então pode-se usar uma abordagem que não requer qualquer suposição sobre a distribuição do erro (diferentemente da estimação) e que é simples para se aplicar para qualquer valor de p . A série $x_t = \eta_t + a(L)\zeta_t$ tem então uma representação de Wold e, através da inspeção de sua função de auto-covariância, essa é a forma reduzida de um processo MA(p). Segue de (1) que $\log(y_t^2)$ é um processo ARMA (p, q) estacionário se $|\alpha| < 1$, mas é um processo ARIMA ($p-1, p$) se $\alpha = 1$ (onde α é a maior raiz auto-regressiva de $\log(y_t^2)$). Portanto, pode-se testar a hipótese de que $\alpha = 1$ testando a existência de uma raiz unitária para $\log(y_t^2)$, usando-se, em princípio, qualquer dos testes de raiz unitária disponíveis na literatura.

Entretanto, Wright, baseando-se em Harvey (1994), lembra que tais testes de raiz unitária têm um poder muito reduzido e sofrem de problemas

⁴ Como exemplo, temos o método QML (Quase-Maximum Likelihood) ou ainda o GMM (Generalised Method of Moments).

relacionados ao tamanho da amostra. Assim, levam à rejeição da hipótese nula com maior frequência do que o devido quando aplicados a dados de taxas de câmbio e do mercado de capitais, por exemplo. Tais testes sofrem tanta distorção, segundo Wright (1999), porque $\log(y_t^2)$ tem uma forma reduzida ARMA (ou ARIMA) e sabe-se que os testes de raízes unitárias são afetados e tornam-se distorcidos na presença de raízes elevadas negativas no componente da média móvel do processo ARMA [Schwert (1989) e Pantula (1991)].

Assim sendo, os testes padrões de raízes unitárias aplicadas ao logaritmo do quadrado das séries de retornos dos índices das bolsas, embora possam ser interpretados como um teste para raiz unitária no processo de volatilidade, irão, na prática, sofrer sérias distorções em amostras finitas.

Mas Wright (1999) assinala que Perron e Ng (1996), baseados em trabalho de Stock (1990), propuseram testes de raízes unitárias modificados que têm propriedades em amostras finitas muito melhores na presença de raízes negativas elevadas no componente da média móvel de processos ARMA. Wright (1999) aplicou, portanto, esses testes para testar a hipótese de que $\alpha = 1$ contra a hipótese alternativa $|\alpha| < 1$, aplicando tais testes a $\log(y_t^2)$. As três estatísticas de teste são:

$$MZ_\alpha = \left[T^{-1} (v_T - \bar{v})^2 - s^2 \right] \left[2T^{-2} \sum_{t=1}^T (v_t - \bar{v})^2 \right]^{-1}$$

$$MSB = \left[s^{-2} T^{-2} \sum_{t=1}^T (v_t - \bar{v})^2 \right]^{1/2}$$

$$MZ_t = MZ_\alpha \cdot MSB$$

onde $v_t = \log(y_t^2)$, $\bar{v} = T^{-1} \sum_{t=1}^T v_t$ e s^2 é a estimativa da densidade espectral obtida da auto-regressão

$$v_t = a_0 + a_1 v_{t-1} + \sum_{j=1}^k a_j \Delta v_{t-j} + e_t$$

onde $k = o(T^{1/3})$. A capacidade desses testes para controlar o poder do teste e controlar o efeito do tamanho da amostra na presença de raízes negativas elevadas do componente de média móvel depende de forma crítica da escolha do estimador espectral da densidade. Perron e Ng (1996) mostraram que sob a hipótese nula que $\alpha = 1$, e à medida que $T \rightarrow \infty$,

$$MZ_{\alpha} \Rightarrow [W^{\mu}(1)^2 - W^{\mu}(0)^2 - 1] \left[2 \int_0^1 W^{\mu}(r)^2 dr \right]^{-1}$$

$$MSB \Rightarrow \left[2 \int_0^1 W^{\mu}(r)^2 dr \right]^{1/2}$$

$$MZ_t \Rightarrow [W^{\mu}(1)^2 - W^{\mu}(0)^2 - 1] \left[2 \int_0^1 W^{\mu}(r)^2 dr \right]^{-1/2}$$

onde $W^{\mu}(r)$ é um movimento browniano padrão em termos de desvios da média. Os testes MZ_{α} , MSB e MZ_t são testes unilaterais que rejeitam a hipótese nula se a estatística nula é maior do que um dado valor crítico. Sob a seqüência de alternativas locais do tipo $\alpha = 1 + c/T$, à medida que $T \rightarrow \infty$, temos que:

$$MZ_{\alpha} \Rightarrow [J_c^{\mu}(1)^2 - J_c^{\mu}(0)^2 - 1] \left[2 \int_0^1 J_c^{\mu}(r)^2 dr \right]^{-1}$$

$$MSB \Rightarrow \left[2 \int_0^1 J_c^{\mu}(r)^2 dr \right]^{1/2}$$

$$MZ_t \Rightarrow [J_c^{\mu}(1)^2 - J_c^{\mu}(0)^2 - 1] \left[2 \int_0^1 J_c^{\mu}(r)^2 dr \right]^{-1/2}$$

onde $J_c^{\mu}(r)$ é um processo Ornstein-Uhlenbeck padrão em termos de desvio da média. Portanto, esses testes de raízes unitárias têm poder contra hipóteses alternativas locais em uma vizinhança T^{-1} da unidade. Isso contrasta com os testes de máxima verossimilhança para raízes unitárias em modelos GARCH/IGARCH que se baseiam em convergência na velocidade \sqrt{T} e que em correspondência têm poder somente em uma vizinhança $T^{-1/2}$ da unidade.

Wright (1999) aplicou o teste ADF (Augmented Dickey-Fuller) e os testes usuais Z_α e Z_t propostos por Phillips e Perron (1988) como os testes comumente usados para detectar a presença de raízes unitárias. Como esperado, encontrou sérias distorções no poder do teste e com relação ao tamanho da amostra, o que fazia com que a hipótese de raiz unitária fosse rejeitada um número excessivo de vezes. Isso ocorria até com amostras de tamanho 3.000, o mesmo ocorrendo com o teste ADF. As estatísticas MZ_α , MSB e MZ_t podem também rejeitar a hipótese nula excessivamente. Entretanto, segundo Wright (1999), qualquer distorção com relação ao tamanho da amostra é muito inferior a qualquer um dos outros testes.

O Poder Contra Alternativas de Longa Memória

Os testes de raízes unitárias foram desenhados para ter poder contra a hipótese alternativa de que a volatilidade é um processo auto-regressivo estacionário (modelo ARSV com $|\alpha| < 1$). Os autocorrelogramas dos valores absolutos dos retornos, dos quadrados dos retornos e do logaritmo dos retornos de ações freqüentemente mostram uma taxa de decaimento muito lenta, um fato amplamente reconhecido na literatura de econometria e de finanças. Esse fato estilizado motivou a criação do modelo de volatilidade estocástica fracionariamente integrado (FISV) proposto por Breidt *et alii* (1998). Segundo Wright (1999), uma versão simples dessa especificação seria uma série de retornos temporais $(y_t)_{t=1}^T$ tal que

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

onde ε_t é i.i.d. com média zero e variância unitária, $\log(\sigma_t^2) = \mu + h_t$,

$$(1 - L)^d(1 - \alpha L)h_t = \eta_t$$

$(1 - L)^d$ denota o operador de fracionário de diferenças e η_t é i.i.d. $N(0, \sigma_\eta^2)$ e é distribuído de forma independente de ε_t . De maneira geral, h_t pode ser um processo ARIMA com erros gaussianos fracionários. Wright (1999) mostra que os testes modificados propostos por Perron e Ng (1998) também permitem testar contra FISV e que tais testes têm bom poder e não sofrem distorção em função do tamanho da amostra.

3. Resultados dos Testes de Raízes Unitárias Aplicados ao Ibovespa

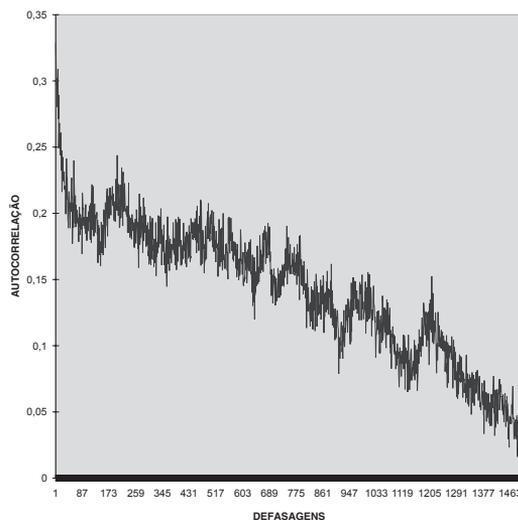
A seguir, aplicamos a metodologia proposta por Wright (1999) para dados de retorno no mercado acionário medidos pelo Ibovespa. A série foi obtida do próprio Ibovespa e cobre os anos de 1994 até 2001 (de 2 de janeiro de 1994 até 30 de dezembro de 2001), com um total de 1.725 observações diárias. Os dados se referem ao valor de fechamento do Ibovespa diário e se denotamos como P_t o valor deste índice no tempo t , $t = 0, \dots, T$, podemos definir o retorno composto ou o retorno logaritmo como se segue:

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad (2)$$

O Gráfico 1 mostra o autocorrelograma (função de autocorrelação parcial) do logaritmo do quadrado dos retornos do Ibovespa em que pode ser vista a taxa de decaimento lenta, mostrando a existência de autocorrelação positiva mesmo para defasagens muito distantes no tempo, como discutido acima. Os procedimentos discutidos na Seção 2 são então aplicados para testar a ocorrência de raízes unitárias na volatilidade. Para efeitos de

GRÁFICO 1

Autocorrelação do Logaritmo do Quadrado dos Retornos



comparação, as estatísticas de teste usualmente adotadas, Z_{α} , Z_t , e ADF, são usadas como referência. Os resultados estão dispostos tanto para o logaritmo do quadrado dos retornos (Tabela 1) quanto para o valor absoluto dos retornos (Tabela 2).

Na obtenção do estimador da densidade espectral auto-regressiva, s^2 , os resultados são mostrados para valores de $k = 5, 10, 15$ e 20 .⁵ Para as estatísticas Z_{α} e Z_t , s^2 foi usado como a estimativa da densidade espectral. Para o teste ADF, k defasagens dos dados em diferenças foram adicionados à regressão de Dickey-Fuller.

As estatísticas Z_{α} and Z_t geram rejeições extremamente elevadas tanto para o logaritmo do quadrado dos retornos quanto para os valores absolutos dos retornos. Mas, dadas as sérias distorções associadas a esses testes em função dos problemas relacionados com o tamanho da amostra, o significado de tais testes é de pouca relevância, como discutido acima. A estatística de teste ADF também implica rejeições da hipótese nula em todos os níveis convencionais, embora estes sejam em níveis menos extremos do que as estatísticas

TABELA 1

Teste para Raízes Unitárias para o Log do Quadrado dos Retornos

	ADF	Z_{α}	Z_t	MZ_{α}	MSB	MZ_t
Brasil, $k = 5$	-22,20	-2.850,8	-72,44	-774,13	0,025	-19,76
Brasil, $k = 10$	-14,50	-2.299,1	-108,96	-222,51	0,047	-10,55
Brasil, $k = 15$	-10,76	-2.172,4	-156,89	-95,75	0,072	-6,92
Brasil, $k = 20$	-8,88	-2.133,6	-199,74	-56,94	0,094	-5,33

Nota: Todas as estatísticas de testes são significativas ao nível de 1%.

TABELA 2

Teste para Raízes Unitárias para o Valor Absoluto dos Retornos

	ADF	Z_{α}	Z_t	MZ_{α}	MSB	MZ_t
Brasil, $k = 5$	-18,01	-2.149,6	-66,44	-523,08	0,031	-16,17
Brasil, $k = 10$	-12,02	-1.792,8	-98,23	-166,34	0,055	-9,11
Brasil, $k = 15$	-9,78	-2.172,4	-156,89	-95,75	0,072	-6,92
Brasil, $k = 20$	-8,88	-1.695,0	-143,77	-69,36	0,084	-5,88

Nota: Todas as estatísticas de testes são significativas ao nível de 1%.

⁵ k é o número de termos na auto-regressão usada para determinar s^2 .

Z_{α} e Z_t . Usando-se os testes propostos inicialmente por Perron e Ng (1998) e aplicados por Wright (1999) para retornos de ativos, em que os testes de raízes unitárias são robustos a raízes negativas elevadas do componente de média móvel, a hipótese de uma raiz unitária é claramente rejeitada em todos os níveis convencionais de significância, independentemente da escolha de k e da utilização do logaritmo do quadrado dos retornos ou do retorno medido pelo valor absoluto.

O mesmo pode ser dito da inspeção das Tabelas 3 e 4, que reproduzem a aplicação da mesma metodologia para as séries dos retornos diários das bolsas do México e da Argentina.⁶ A rejeição da hipótese nula é especialmente forte no caso da Bolsa mexicana. Todos os resultados aqui obtidos para o Brasil, México e Argentina são consistentes com os encontrados por Wright (1999), seja na magnitude dos valores ou nas conclusões aqui encontradas.

TABELA 3

Teste para Raízes Unitárias para o Log do Quadrado dos Retornos

	ADF	Z_{α}	Z_t	MZ_{α}	MSB	MZ_t
Argentina, $k = 5$	-9,70	-663,32	-38,41	-147,79	0,058	-8,56
Argentina, $k = 10$	-5,86	-548,83	-65,94	-33,46	0,120	-4,22
Argentina, $k = 15$	-4,68	-533,65	-85,55	-18,29	0,160	-2,93
Argentina, $k = 20$	-4,07	-528,69	-98,19	-13,34	0,186	-2,48

Nota: Todas as estatísticas de testes são significativas ao nível de 1%.

TABELA 4

Teste para Raízes Unitárias para o Log do Quadrado dos Retornos

	ADF	Z_{α}	Z_t	MZ_{α}	MSB	MZ_t
México, $k = 5$	-20,86	-2.280,3	-57,60	-783,49	0,025	-19,79
México, $k = 10$	-14,61	-1.767,6	-75,94	-270,78	0,043	-11,63
México, $k = 15$	-12,40	-1.680,3	-87,68	-183,52	0,052	-9,58
México, $k = 20$	-10,83	-1.619,2	-103,45	-122,40	0,064	-7,82

Nota: Todas as estatísticas de testes são significativas ao nível de 1%.

6 Para o México, trabalhamos com a série do IPC (Índices de Precios y Cotizaciones) da Bolsa da Cidade do México como fornecido pela Bloomberg. Para a Argentina, usamos o Índice Merval, também disponibilizado na Bloomberg. Para ambas as séries, as observações começam em 2 de janeiro de 1994 e vão até 30 de dezembro de 2001, com 1.712 observações para a Bolsa mexicana e 1.702 observações para a Bolsa argentina.

Tendo em vista tais resultados e o fato de que esses testes não sofrem efeitos de distorção do tamanho da amostra e têm um poder elevado, isso configura uma evidência contra o modelo de raiz unitária no processo de volatilidade.

Harvey *et alii* (1994) propõem um modelo de volatilidade estocástica multivariado no qual diferentes séries temporais têm processos de volatilidade com um componente comum, que é um passeio aleatório multivariado (*random walk*). Eles aplicam esse modelo para vários países usando dados de taxas de câmbio. A extensão do caso univariado para os testes de raízes unitárias multivariados nesse trabalho de Harvey podia então ser usada para determinar o número de fatores comuns. Essa mesma abordagem foi recentemente usada por Makimilipi (2000). Apesar de esta poder ser uma possibilidade a ser abordada e explorada aqui, os resultados obtidos com os dados univariados indicam que, pelo menos para essas séries temporais, quaisquer componentes comuns seriam estacionários na volatilidade dessas séries temporais e de tal forma que o modelo de fatores proposto por Harvey não seria uma representação adequada dessas séries.

4. Conclusões

É possível testar a existência de raízes unitárias nos processos de volatilidade de um modelo de volatilidade estocástica testando para raízes unitárias no logaritmo do quadrado dos retornos ou ainda no valor absoluto dos retornos. Wright (1999) mostrou que os testes-padrão usualmente adotados com esse intuito terão sérios problemas de distorção associados ao tamanho da amostra e um baixo poder. Entretanto, com base em metodologia proposta por Perron e Ng (1996), é possível trabalhar com testes modificados – modificação dos testes ADF e dos testes Z propostos por Perron e Phillips (1988) – que não terão esses problemas. Esses testes não requerem a imposição de hipóteses restritivas sobre a distribuição dos erros estocásticos. Apesar disso, os novos testes modificados de raízes unitárias continuam a rejeitar a existência de raízes unitárias no processo de volatilidade associado aos retornos diários das bolsas do Ibovespa e de outros mercados latino-americanos. Isso indica que, enquanto existem indícios de uma persistência considerável na volatilidade dos retornos, a existência de uma raiz unitária no modelo de volatilidade estocástica é uma especificação demasiadamente extrema. Modelos nos quais o processo de volatilidade é um processo auto-regressivo AR(p) com uma raiz auto-regressiva muito elevada (mas não uma raiz unitária) ou nos quais o processo de volatilidade é integrado fracionalmente podem ter melhor representação dos dados.

Referências Bibliográficas

- AGGARWAL, R., LEAL, R. "Linkages and volatility in emerging capital markets". In: TSETSEKOS, G., PAPAIOANNOU, M. (eds.). *Portfolio management and hedging strategies for emerging capital markets*. Irwin, 1995.
- ALMEIDA, Nuno M. C. G., VALLS PEREIRA, Pedro L. *SWGARCH models applied to the Ibovespa index*. Annals of the "XXI Brazilian Econometric Society Meeting", 1999.
- ANDERSON, T., LUND, J. "Estimating continuous time stochastic volatility models of the short-term interest rates". *Journal of Econometrics*, 77, p. 343-77, 1997.
- BAILLIE, Richard T., BOLLERSLEV, Tim, MIKKELSEN, Hans. "Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, 1996.
- BERA, Anil, HIGGINS, M. "ARCH models: properties, estimation and testing". *Journal of Economic Surveys*, 7, p. 100-137, 1993.
- BOLLERSLEV, Tim. "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, 31, p. 307-27, 1986.
- _____. "Conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return". *Review of Economics and Statistics*, 69, p. 542-47, 1987.
- _____. "On the correlation structure for the generalized autoregressive conditional heteroskedastic process". *Journal of Time Series Analysis*, 9, p. 121-31, 1988.
- BOLLERSLEV, T., CHOU, R., KRONER, K. "ARCH modelling in finance: a review of the theory and empirical evidence". *Journal of Econometrics*, 52, p. 5-59, 1992.
- BOLLERSLEV, T., ENGLE, R. F. "Common persistence in conditional variances". *Econometrica*, v. 61, n. 1, p. 167-186, 1993.
- BOLLERSLEV, T., ENGLE, R. F., WOOLDRIDGE, J. M. "A capital asset pricing model with time-varying covariances". *Journal of Political Economy*, 96, p. 116-131, 1988.
- BOLLERSLEV, T., HODRICK, R. J. *Financial market efficiency tests*. Kellogg Graduate School of Management, 1992 (Working Paper, 132).

- BOLLERSLEV, Tim, MIKKELSEN, Hans. "Modelling and pricing long-memory in stock market volatility". *Journal of Econometrics*, 73, p. 151-184, 1996.
- BOLLERSLEV, T., WOOLDRIDGE, M. "Quasi-maximum likelihood estimation and inference in models with time varying covariances". *Econometric Reviews*, 11, p. 143-72, 1992.
- BREIDT, F. J., CRATO, N., LIMA, P. J. F. de. *Modelling long-memory stochastic volatility*. Baltimore, MD: John Hopkins University, 1993 (Working Paper).
- _____. "The detection and estimation of long memory in stochastic volatility". *Journal of Econometrics*, Elsevier, Amsterdam, v. 4, 1998.
- DACOROGNA, M. M., MULLER, U. A., NAGLER, R. J., OLSEN, R. B., PICTET, O. V. "A geographical model for the daily and weekly seasonal volatility in the foreign exchange market". *Journal of International Money and Finance*, 12, p. 413-438, 1993.
- DICKEY, D. A., FULLER, W. A. "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root". *Journal of the American Statistical Association*, 74, p. 427-31, 1979.
- DIEBOLD, F. X., RUDEBUSCH, G. D. "On the power of Dickey Fuller tests against fractional alternatives". *Economics Letter*, 35, p. 155-60, 1991.
- _____. "Long memory and persistence in aggregate output". *Journal of Monetary Economics*, 24, p. 189-209, 1989a.
- DING, Zhuanxin, GRANGER, C. W. J. *Modeling volatility of speculative returns: a new approach*. Los Angeles: University of California, 1994, Mimeo.
- ENGLE, Robert F. "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation". *Econometrica*, 50, p. 987-1.007, 1982.
- ENGLE, Robert F., GRANGER, C. W. J. "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing". *Econometrica*, 55, p. 251-76, 1987a.
- ENGLE, Robert F., BOLLERSLEV, Tim. "Modelling the persistence of conditional variances". *Econometric Reviews*, 5, p. 1-50, 1986.
- GRANGER, C. W. J., DING, Z. *Varieties of long memory models*. UCSD Economics Department, 1993 (Working Paper).

- HANSEN, B. E. "Regression with non-stationary stochastic volatility". *Econometrica*, 63, p. 1.113-1.132, 1995.
- HARVEY, A. C. "Long memory in stochastic volatility". In: KNIGHT, J., SATCHELL, S. (eds.). *Financial markets*. Londres: Butterworth-Heineman, 1998,
- HARVEY, A. C., RUIZ, E., SHEPHARD, N. G. "Multivariate stochastic variance models". *Review of Economic Studies*, 63, p. 435-463, 1994.
- LEAL, R., SANDOVAL, E. *Anomalias nos mercados de ações dos países em desenvolvimento*. Anais do "XVIII Encontro Anual da Anpad", 1994.
- LUMSDAINE, R. L. *Finite sample properties of the maximum likelihood estimator in GARCH (1,1) and IGARCH (1,1) models: a Monte Carlo investigation*. Princeton: Princeton University, 1991, mimeo.
- PANTULA, Sastry G. "Asymptotic distributions of unit root tests when the process is nearly stationary". *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, p. 63-71, 1991.
- PERRON, P., NG, S. "Useful modifications to some unit roots tests with dependent errors and their local asymptotic properties". *Review of Economic Studies*, 9, p. 63-71, 1996.
- PHILLIPS, P. C. B., PERRON, P. "Testing for unit root in time series regression". *Biometrika*, 75, p. 335-346, 1988.
- RUIZ, E. "Quasi-maximum likelihood estimation of stochastic volatility models". *Journal of Econometrics*, 63, p. 289-306, 1994.
- SCHWERT, G. W. "Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation". *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, p. 147-160, 1989.
- STOCK, J. H. "Unit roots, structural breaks and trends". In: ENGLE, R. F., MCFADDEN, D. L. (eds.). *Handbook of Econometrics*, Elsevier, Amsterdam, v. 4, 1994.
- WRIGHT, Jonathan H. "Testing for a unit root in the volatility of asset returns". *Journal of Applied Econometrics*, 14, p. 309-318, 1999.