



BANCO NACIONAL DO DESENVOL
ÁREA DE FINANÇAS

ESTUDOS SETORIAIS 2839
~~CAPTAÇÃO DE RECURSOS - V. 1~~

Bancos de Desenvolvimento

"BONDS"

CONCEITUAÇÃO E MÉTODO DE CÁLCULO

BONDOS: CONCEITUAÇÃO E MÉTODO DE CÁLCULO

ES - CAPTAÇÃO DE RECURSOS/2839/V.1



081290012



AP/COPEL

81290012

P R Ó L O G O

O rápido crescimento apresentado pela economia brasileira no último decênio, trouxe consigo a necessidade de se dotar o país de instrumentos para captação de recursos, tanto internos como externos, que refletissem a maior flexibilidade creditícia, exigida dentro deste novo quadro de expectativas.

Foi procurando adaptar-se aos novos reclames da economia nacional, que o BNDE optou pela utilização de outros mecanismos, diferentes dos já tradicionalmente utilizados, para a captação de recursos. Dentro desses outros instrumentos, existe uma categoria que vem apresentando uma cada vez maior significância; é a categoria dos "bonds".

Apesar de ser um instrumento bastante conhecido no mercado internacional, os "bonds" não são conhecidos intensiva e extensivamente nos meios financeiros nacionais por duas razões facilmente explicáveis:

- . A existência de uma bibliografia muito pequena e restrita a respeito do assunto;
- . A pouca importância dada a este papel até um passado recente.

Foi visando preencher esta lacuna de conhecimento nos meios financeiros nacionais, e procurando também dotar o BNDE do cabedal teórico necessário às suas operações, que, sob a supervisão e coordenação da Área de Finanças, foi elaborado este trabalho. Este estudo contou com a participação do Departamento de Recursos e da Gerência de Aplicações Técnicas do Departamento de Sistemas-GERAT.

Í N D I C E

	Fls.
0. <u>INTRODUÇÃO</u>	1
1. <u>CONSIDERAÇÕES GERAIS</u>	2
1.1. HISTÓRICO DA EVOLUÇÃO DO MERCADO DE "BONDS".....	2
1.2. DEFINIÇÃO.....	2
1.3. CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS "BONDS".....	3
1.4. TIPOS DE "BONDS" EXISTENTES NOS MERCADOS INTERNACIONAIS	3
2. <u>CÁLCULOS NA EMISSÃO DO "BOND"</u>	7
2.1. CUPONS ANUAIS.....	7
2.1.1. Cálculo do Preço de Emissão ("Price").....	7
2.1.2. Cálculo da Rentabilidade ("Yield to Maturity")..	8
2.2. CUPONS SEMESTRAIS.....	9
2.2.1. Cálculo do Preço de Emissão ("Price").....	9
2.2.2. Cálculo da Rentabilidade ("Yield to Maturity")..	10
2.3. UTILIZAÇÃO DA MÁQUINA HP-80 para Cálculo dos "BONDS"...	12
2.3.1. Cálculo do Preço de Emissão ("Price").....	12
2.3.2. Cálculo da Rentabilidade ("Yield to Maturity")..	13
2.4. CÁLCULO DA RENTABILIDADE PELO MÉTODO JAPONÊS ("Yield to Maturity").....	13
2.4.1. Cupons Semestrais.....	14
2.4.2. Cupons Anuais.....	15
2.5. TABELAS PARA CÁLCULOS NA EMISSÃO DO "BOND".....	16
2.5.1. Utilização das Tabelas.....	16
2.5.2. Exemplo das Tabelas.....	21
3. <u>CÁLCULO DE "BONDS" COM DIAS DECORRIDOS</u>	25
3.1. CONCEITOS GERAIS.....	25
3.2. DEDUÇÃO DA FÓRMULA BNDE.....	25
3.2.1. Casos Particulares.....	27
3.2.1.1. Só existe mais um cupom ($N < 182,5$)....	27
3.2.1.2. Taxa de retorno (YTM) igual a taxa do cupom (PMT).....	28
3.2.1.3. Cálculo dos juros acumulados de um cupom.....	29

	Fls.
3.3. PROGRAMAS PARA CALCULADORAS ELETRÔNICAS	
UTILIZANDO A FÓRMULA BNDE.....	30
3.3.1. Programa para Calculadora TEXAS TI 58/59.....	30
3.3.2. Programa para Calculadora HP-25.....	34
3.4. UTILIZAÇÃO DA HP-80.....	36
3.4.1. Dedução da Fórmula da HP-80.....	36
3.4.2. Método para Cálculo de "bonds" com dias decorridos utilizando Calculadoras HP.....	39
3.4.2.1. Prazo < 182,5 dias.....	39
3.4.2.2. Prazo > 182,5 dias.....	39
3.4.2.3. Conclusões.....	40
3.4.3. Divergências entre as fórmulas propostas pela HP-80 e o BNDE.....	41

I N T R O D U Ç Ã O

Este trabalho divide-se em três partes distintas:

. A primeira diz respeito a informações de caráter amplo sobre o que vem a ser um "bond", e da sua utilização como elemento financiador da dívida de longo prazo.

. Para a escolha da alternativa a ser seguida para lançamentos, compra ou resgate deste tipo de papel é necessário a adoção de critérios que estão diretamente vinculados à matemática financeira. Esses critérios e sua posterior explicação em fórmulas formam o conteúdo da segunda parte, e serão de grande utilidade para entendimento do "modus operandi" do mercado para este título.

. A terceira contém as tabelas para cálculo do "yield to maturity" feitas em computador.

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

1.1. HISTÓRICO DA EVOLUÇÃO DO MERCADO DE "BONDS":

O "bond" nasceu paralelamente à idéia da criação de um instrumento que proporcionasse ao Departamento do Tesouro dos Estados Unidos da América, elementos de antecipação da receita tributária.

A evolução desta idéia gerou a criação do conceito de dívida pública e, concomitantemente, de um mercado auto-sustentável.

A demanda crescente de recursos por parte de governos municipais e estaduais norte-americanos incrementou em muito o mercado então existente, colocando-o em uma nova dimensão. Posteriormente, uma série de empresas que já apresentava um conceito de estabilidade econômica firmado começaram a valer-se do mercado já existente, lançando "bonds", que apresentaram pronta receptividade estendendo os domínios do mercado também à área privada.

1.2. DEFINIÇÃO:

Como é do conhecimento generalizado nos meios financeiros, existem diferentes classes de papéis para captação de recursos: papéis de renda fixa e de renda variável, de longo prazo e de curto prazo, seguros e de risco, de acesso a mercado e de não acesso ao mercado, de participação e não participativos etc.... O "bond", dentro desta colocação, pode ser apresentado como um papel que apresenta as seguintes características fundamentais:

- É um papel de renda fixa;
- É um papel de longo prazo;
- Tem acesso a mercado;
- É de caráter não participativo;
- É um papel seguro.

A definição apresentada em alguns livros, apesar de ser muito simplória, proporciona um entendimento razoável do que é um "bond". Dizem eles:

"Um "bond" é simplesmente uma nota promissória de longo prazo".

1.3. CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS "BONDS":

O "bond" é um papel no qual é assegurado pelo emitente ao seu titular:

- o direito a uma remuneração em períodos fixos e pré-determinados, com uma importância igual a um percentual estabelecido de seu valor nominal; e

- o direito ao seu resgate, em data igual ou posterior a uma fixada, pelo valor nominal.

Em torno do "bond" gira toda uma terminologia pró-pria, que para seu posterior entendimento no decorrer do trabalho será aqui explicada:

- . "Coupon Rate" - é o percentual estabelecido do valor nominal do título, com o qual o emitente se compromete a remunerar anualmente o tomador ("bondholder"). Os períodos deste pagamento, de uma forma geral, ou são semestrais ("semiannual basis") ou anuais ("annual basis");

- . "Maturity" - é o período compreendido entre a data de emissão do "bond" e a data do seu resgate, geralmente ex-presso em anos.

- . "Par Value" ou "Redemption Value" - é o valor de face do papel, ou valor nominal do título, idêntico ao seu valor de resgate. Tem importância significativa para colocação do papel no mercado.

- . "Price" - apresenta duas características distintas:
 - . na emissão é o valor de colocação do título jun-to ao interveniente. Quando este valor está acima do "par value" diz-se "above par", quando está abaixo diz-se "below par";

- . no mercado é o valor com que o título obtém colocação junto aos diversos segmentos do mercado financeiro.

- . "Yield to Maturity" ou simplesmente "Yield" - é a rentabilidade do "bond", ou seja, é equivalente à taxa de retorno do fluxo de caixa montado com o "price", a corrente de pagamentos periódicos e o valor de resgate ("par value").

1.4. TIPOS DE "BONDS" EXISTENTES NOS MERCADOS INTERNACIONAIS:

Dentro deste tópico procurar-se-á explicar os principais "bonds" em circulação de procedência americana, já que os títulos de outras origens, têm conceituação paralela:

- "Treasury Bonds"

São papéis do Governo dos Estados Unidos da Améri
ca.

Estes papéis podem ser fornecidos com qualquer "maturity", mas esta "maturity" tem, de uma forma geral, exce
dido o prazo de dez anos.

Estes "bonds" são disponíveis em ambas as formas, ao portador ou nominativos e pagam juros semestralmente.

Até o ano de 1971 estes bonds tinham o seu coupon rate limitados a $4 \frac{1}{2}\%$.

Este fato levou a praticamente nenhuma colocação desses papéis no mercado durante a década de 1960 a 1970, já que as taxas de juros estiveram muito altas nesse período nos EUA.

No início de 1971, o Congresso Americano sancionou uma lei que permitiu ao Departamento de Tesouro, liberar U\$ 10 bilhões em papéis deste título, sem que se seguisse o limite de "coupon rate" anteriormente estabelecido.

- "FLB Bonds"

Os "Federal Land Bank (FLB) bonds" são papéis ga
rantidos por doze bancos governamentais dos EUA.

Estes "bonds" são fornecidos em papéis de valores compreendidos entre US\$ 1.000 a US\$ 100.000.

Os juros referentes a estes papéis são pagos seme
tralmente por qualquer FLB, Federal Reserve Bank ou pelo Depar
tamento de Tesouro dos EUA.

- U.S. Postal Service Bond

O serviço postal do Governo dos Estados Unidos da América realizou a sua primeira oferta pública de "bonds" em janeiro de 1972, quando ele vendeu US\$ 250 milhões com "maturity" de 25 anos e coupon rate de 6,875%.

Eles são fornecidos com valor mínimo de US\$ 10.000 e seus juros são pagos semestralmente.

Este papel não é garantido pelo Governo dos Esta-
dos Unidos da América.

- "Municipal Bonds"

Os governos estaduais e municipais nos EUA periodicamente emitem obrigações de débito chamadas de "municipal bonds".

Os "municipal bonds" podem ser divididos em 2 categorias:

"Housing Authority Bonds" - são papéis colocados no mercado pelas agências locais de habitação para financiar projetos e planos habitacionais, construção de prédios, pontes ou outros objetos de utilidade pública.

Os juros recebidos por estes papéis são considerados isentos de taxaço federal e também, geralmente, das taxaço estaduais, no estado em que eles foram colocados.

Estes "bonds" são considerados uma obrigação de toda a comunidade emitente, trazendo como consequência uma elevação dos impostos, que deverá ser utilizada para pagamento dos juros neles embutidos. São desta forma considerados de obrigação geral.

- "Revenue Bonds" - são papéis que são colocados no mercado objetivando o financiamento de uma obra específica, e os seus juros, estão vinculados ao retorno proporcionado por este empreendimento.

É o caso de uma ponte que será paga pelo seu pedágio, de um estacionamento municipal que será pago pelos seus usuários, etc.

O risco de crédito inerente a esses tipos de bonds são praticamente nulos, já que estão vinculados a projetos governamentais e apresentam sempre firmes garantias.

Estes papéis, na maioria das vezes, pagam juros semestralmente ("semiannual basis").

- "Corporate Bonds"

Um "corporate bond" é uma obrigação (usualmente de longo prazo) de uma empresa privada, que apresenta as mesmas características financeiras de um "bond".

É importante a conotação de características financeiras na definição acima, já que um "bond" é admitido como um

papel emitido por entidade de existência contínua; o que não acontece com uma empresa privada, que está sujeita às vicissitudes da economia de mercado.

Estes papéis geralmente remuneram juros semestralmente, e tem valores ("par value") os mais diversos possíveis.

BIRD

O Internacional Bank for Reconstruction and Development, também chamado de Banco Mundial, lançou "bonds" totalmente subscritos pelos governos dos 100 países membros. Estes "bonds" são pagáveis em US\$ e registrados sob o valor mínimo de US\$ 1.000,00, com "maturity" variável entre 2 e 25 anos.

Os "coupon-rate" são resgatáveis semestralmente.

BID

O Inter-American Development Bank lançou "bonds" que são considerados como obrigações dos países membros.

Os "bonds" do BID foram colocados na Europa, América Latina e EUA com a finalidade de gerar recursos para as aplicações de financiamento do banco.

Estes "bonds" são obrigações de longo prazo, onde a sua "maturity" pode ir até a 25 anos, e tendo seu "par value" mínimo igual a US\$ 1.000. Os juros destes papéis são pagos semestralmente.

BNDE

O Banco Nacional do Desenvolvimento Econômico vem se utilizando dos "bonds" para gerar recursos, há pouco tempo. A colocação destes papéis no mercado internacional foi realizada na Europa e no Japão, com total sucesso.

Dependendo do país onde os papéis estão sendo colocados, as condições têm variado, procurando-se adaptá-las às exigências locais.

2. CÁLCULOS NA EMISSÃO DO "BOND"

2.1. CUPONS ANUAIS

Neste caso tem-se o "coupon-rate" e o "yield to maturity" em % ao ano, capitalizados anualmente.

2.1.1. Cálculo do Preço de Emissão (Price):

Deseja-se conhecer o valor de colocação do título no mercado (B), já que se identifica os seguintes valores:

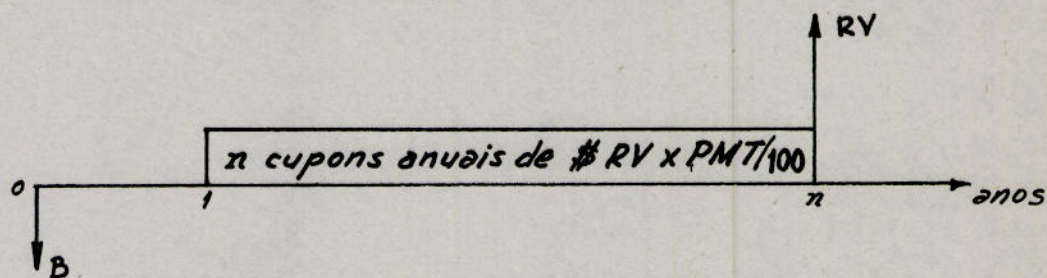
PMT = "Coupon-Rate" - taxa do cupom expressa em porcentagem anual;

RV = "Par or redemption Value" - preço de face do "bond"

n = número de anos entre o lançamento e o resgate do título. (número de cupons a resgatar do papel).

YTM = "Yield to Maturity" - taxa de rentabilidade ou de retorno para os compradores em porcentagem anual;

Pode-se montar o seguinte fluxo de caixa:



que descontado a taxa de rentabilidade (YTM), apresenta a solução ao problema, que é a seguinte fórmula:

$$B = \left(RV \times \frac{PMT}{100} \right) \times FRP(YTM, n) + RV \times FSP(YTM, n)$$

onde:

$$FRP(YTM, n) = \frac{(1 + YTM/100)^n - 1}{YTM \times (1 + \frac{YTM}{100})^n}$$

$$FSP(YTM, n) = \frac{1}{(1 + \frac{YTM}{100})^n}$$

que já se encontram tabelados para diversos valores de YTM e n, nos livros de matemática financeira.

Exemplo Numérico:

"Coupon-Rate" = PMT = 5,5% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = n = 10 anos

"Yield to maturity" = YTM = 5,6% ao ano

B = ?

Solução

$$B = 100,00 \times 5,5/100 \times FRP(5,6\%, 10) + 100 \times FSP(5,6\%, 10)$$

$$B = 5,5 \times 7,50160 + 100 \times 0,579910 =$$

$$B = 41,2588 + 57,9910 = 99,2498 \approx 99,250$$

$$B = \$ 99,25$$

2.1.2. Cálculo da Rentabilidade ("Yield to Maturity"):

Deseja-se neste caso conhecer a rentabilidade do "bond" (YTM), já que se identifica os seguintes valores:

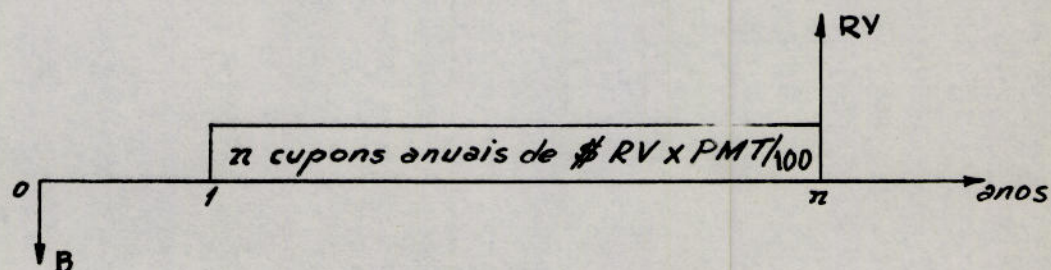
B = "Price" - valor de colocação do título no mercado;

PMT = "Coupon Rate" - taxa do cupom expressa em porcentagem anual;

RV = "Par or Redemption Value" - preço de face do bond;

n = número de cupons a resgatar do papel (número de anos entre o lançamento e o resgate do título);

Pode-se montar o seguinte fluxo de caixa:



A taxa de rentabilidade ou "Yield to Maturity" (YTM) é a taxa interna do fluxo de caixa acima e deve satisfazer a seguinte equação:

$$B = RV \times \frac{PMT}{100} \times FRP(YTM, n) + RV \times FSP(YTM, n)$$

Dada a dificuldade algébrica de explicitar YTM nessa equação a taxa interna é normalmente obtida por descontos sucessivos e ordenados do fluxo de caixa - método das tentativas - até que se obtenha a igualdade desejada.

Exemplo Numérico:

"Price" = B = \$ 99,25

"Coupon Rate" = PMT = 5,5% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = n = 10 anos

YTM = ?

Através do método das tentativas chega-se a solução, que é neste caso igual a 5,6% ao ano.

2.2. CUPONS SEMESTRAIS

Neste caso tem-se o "coupon-rate" e o "yield to maturity" em % ao ano, capitalizado semestralmente.

2.2.1. Cálculo do Preço de Emissão ("Price"):

Deseja-se conhecer o valor de colocação do título no mercado (B), já que se identifica os seguintes valores:

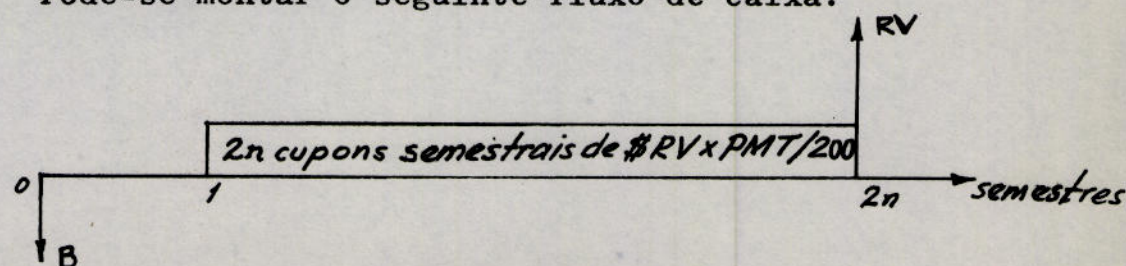
PMT = "Coupon Rate" - taxa do cupom expressa em porcentagem anual (apesar de ser capitalizada semestralmente);

RV = "Par or Redemption Value" - preço de face do bond;

n = número de anos entre o lançamento e o resgate do título;

YTM = "Yield to Maturity" - taxa de rentabilidade para os compradores expressa em porcentagem anual (também capitalizada semestralmente).

Pode-se montar o seguinte fluxo de caixa:



Como pode ser observado no fluxo acima, a capitalização semestral implica no pagamento semestral de valor igual a metade da taxa anual do cupom vezes o valor de face do título.

Devido também a capitalização semestral, para a solução do problema, deve-se descontar o fluxo de caixa acima à taxa igual a metade da taxa de rentabilidade (YTM).

A solução do problema está então na seguinte fórmu
la:

$$B = (RV \times PMT/200) \times FRP(YTM/2, 2n) + RV \times FSP(YTM/2, 2n)$$

Exemplo Numérico:

"Coupon Rate" = PMT = 4,75% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100

Prazo = n = 10 anos

"Yield to maturity" = YTM = 4,82% ao ano

B = ?

Aplicando a fórmula temos:

$$B = 100 \times 4,75/100 \times 1/2 \times FRP(4,82/2, 20) + 100 \times FSP(4,82/2, 20) =$$

$$B = 2,375 \times FRP(2,41; 20) + 100 \times FSP(2,41; 20) =$$

$$B = 2,375 \times 15,722517 + 100 \times 0,621087$$

$$B = 37,3410 + 62,1087 = 99,4496 \approx 99,45$$

$$B = 99,45$$

2.2.2. Cálculo da Rentabilidade ("Yield to Maturity")

Deseja-se neste caso, calcular a rentabilidade do "bond" (YTM), já que se conhece os seguintes valores:

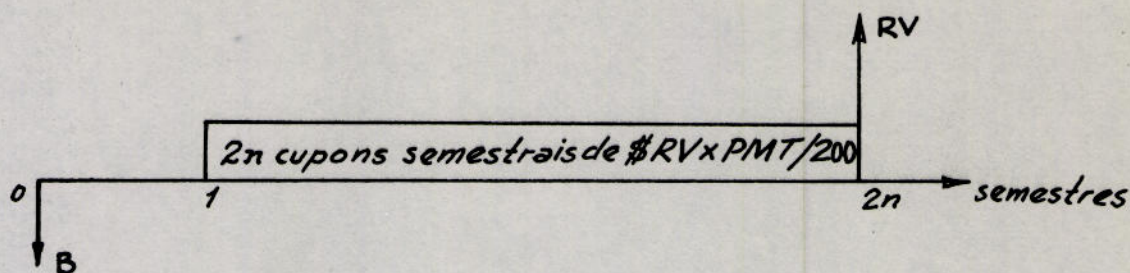
B = "Price" - valor de colocação do título no mercado;

PMT = "Coupon Rate" - taxa do cupom expressa em porcentagem anual (Apesar de ser capitalizado semestralmente);

RV = "Par or Redemption Value" - preço de face do bond;

n = número de anos entre o lançamento e o resgate do título.

Pode-se montar o seguinte fluxo de caixa:



Considerando que o "Yield to Maturity" é expresso em % ao ano e que os cupons são semestrais faz-se necessário, obter em primeiro lugar a taxa interna semestral (i) pelo método das tentativas, para depois fazer a sua transformação em taxa anual.

A equação que resolve o problema passa a ter o seguinte aspecto:

$$B = (RV \times PMT/200) \times FRP(i, 2n) + RV \times FSP(i, 2n)$$

A taxa interna semestral (i) fornece dois valores para a taxa de rentabilidade anual (YTM):

a) Rentabilidade nominal (Yield anual nominal)

$$YTM = 2 \times i - (\text{ao ano capitalizado semestralmente})$$

b) Rentabilidade efetiva (Yield anual efetivo)

$$YTM = [(1 + i/100)^2 - 1] \times 100 \text{ (ao ano)}$$

Exemplo Numérico:

$$\text{"Price"} = B = 99,45$$

$$\text{"Coupon Rate"} = PMT = 4,75\% \text{ ao ano}$$

$$\text{"Par Value"} = RV = \$ 100,00$$

$$\text{Prazo} = n = 10 \text{ anos}$$

$$YTM = ?$$

Através do método das tentativas chega-se ao i , que neste caso é de 2,41% ao ano.

Então:

a) Yield Anual Nominal:

$$YTM = 2 \times 2,41\% = 4,82\% \text{ ao ano capitalizados se mestralmente;}$$

b) Yield Anual Efetivo

$$[(1,0241)^2 - 1] \times 100 = 4,878\% \text{ ao ano.}$$

2.3. UTILIZAÇÃO DA MÁQUINA HP-80 PARA CÁLCULO DOS "BONDS"

A máquina HP-80 tem teclas especiais pré-programadas para o cálculo de "Bonds", com as seguintes condições obrigatórias.

- os cupons são sempre semestrais;
- o prazo ("maturity") do papel deve ser sempre expresso em dias, antes de ser digitado na tecla n.
- O coupon rate, a ser digitado na tecla PMT, deve estar expresso em taxa anual nominal, isto é, em % ao ano, capitalizados semestralmente. Vale dizer que a HP-80 divide essa taxa por 2 e trabalha com cupons semestrais.
- O "Yield to maturity" deve também ser expresso em taxa anual nominal, isto é, em % ao ano, capitalizados semestralmente.

Vale dizer que a HP-80 opera com a taxa efetiva se mestral decorrente dessa taxa nominal fornecida para o "Yield". O "Yield to maturity" aparece na HP-80 de duas maneiras distintas:

a) quando é conhecido. Neste caso o "Price" passa a ser a incógnita do problema e o "yield" deve ser digitado na tecla i como um dos dados do problema. O "Price", que é a incógnita, é obtido ao pressionar a tecla amarela //// e em seguida a tecla PV.

b) quando é a incógnita do problema. Neste caso o "Price" passa a ser um dado conhecido do problema e deve ser digitado normalmente na tecla PV. O valor do "yield", que é a incógnita, é obtido ao pressionar a tecla amarela //// e em seguida a tecla i.

2.3.1. Cálculo do Preço de Emissão ("Price")

Vamos calcular pela HP-80 o mesmo exemplo (2.1.1), resolvido anteriormente, isto é:

Prazo = 10 anos

YTM = 5,6% ao ano capitalizados semestralmente

Cupon Rate = 5,5% ao ano capitalizados semestralmente

Price = P = ?

Solução:

```

10      [SAVE]
365    [x]  [n]      (prazo, em dias)
5,6    [i]      (yield)
5,5    [PMT]     (coupon rate)
[////] [PV] (Price = Cr$ 99,25)
  
```

Observar que o valor do "Price" calculado pela HP-80 coincide com aquele obtido anteriormente no exemplo (2.1).

2.3.2. Cálculo do "Yield" to Maturity:

Vamos agora repetir o mesmo problema colocando o "yield to maturity" como incógnita, tal como foi feito no exemplo (2.2). Assim teremos:

Prazo = 10 anos

Price = Cr\$ 99,25

Cupon Rate = 5,5% ao ano capitalizados semestralmente

Yield to Maturity = YTM = ?

Solução:

```

10      [SAVE]
365    [x]  [n]      (prazo, em dias)
5,5    [PMT]     (coupon rate)
99,25  [PV]      (price)
[////] [i]      (YTM = 5,6% ao ano)
  
```

Observar que o "yield" fornecido pela HP-80 coincide com aquele obtido no exemplo (2.2), no caso de se tratar de uma taxa anual nominal, ficando assim demonstrado que a HP-80 fornece o "yield" como uma taxa anual nominal, com capitalização semestral.

2.4. CÁLCULO DO YIELD TO MATURITY - MÉTODO JAPONÊS

Trata-se de um método aproximado para o cálculo do "yield to maturity" que pode ser visualizado pelos exemplos

que seguem:

2.4.1. Pagamento de Cupons Anuais:

Price = $P = \text{Cr\$ } 99,00$

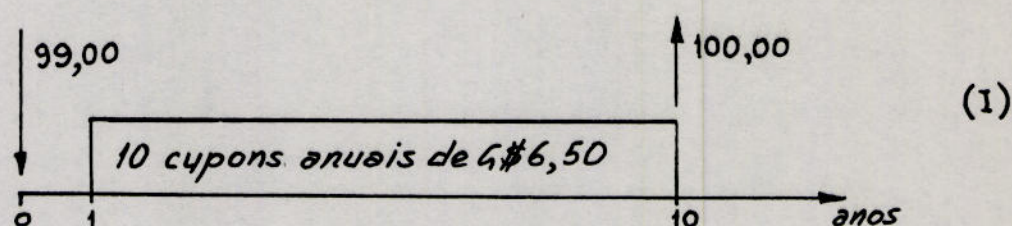
Prazo = $n = 10$ anos

Cupon Rate = $6,5\%$ ao ano capitalizados anualmente

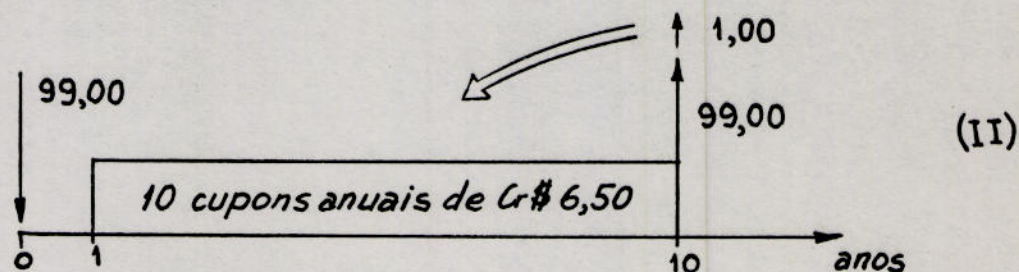
Yield to Maturity = $YTM = ?$

Solução:

Neste caso teremos o seguinte fluxo de caixa:



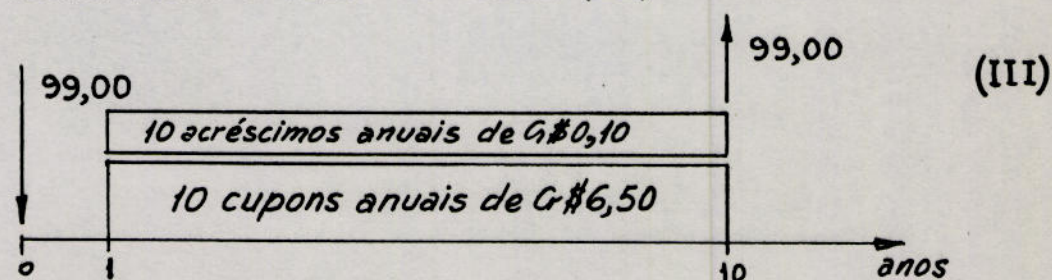
que é equivalente ao fluxo de caixa abaixo:



O valor de resgate de $\text{Cr\$ } 100,00$ supera em $\text{Cr\$ } 1,00$ o "price" de $\text{Cr\$ } 99,00$. Esse excesso de $\text{Cr\$ } 1,00$ é distribuído igualmente entre os cupons, através de parcelas anuais iguais a:

$$\frac{100,00 - 99,00}{10 \text{ anos}} = \frac{\text{Cr\$ } 1,00}{10} = \text{Cr\$ } 0,10$$

Dessa forma o fluxo de caixa (II) é transformado em:



A taxa interna do fluxo de caixa (III) pode ser obtida por:

$$\frac{6,50 + 0,10}{99,00} \times 100 = 6,666\% \text{ ao ano.}$$

que é o valor do "yield" obtido pelo método aproximado japonês.

O erro desse método aparece quando da distribuição do Cr\$ 1,00 sobre os cupons. Tal distribuição foi feita sem levar em conta a taxa de juros, ou seja, foi feita a juros de 0% ao ano.

A fórmula para o cálculo do "yield to maturity" aproximado, pelo método japonês pode ser assim generalizada:

$$YTM = \frac{CUPON \text{ RATE} + \frac{100,00 - PRICE}{PRAZO}}{PRICE} \times 100$$

2.4.2 Pagamento de Cupons Semestrais:

Vamos repetir os mesmos dados do exemplo (2.4.1), apenas com a alteração do "coupon rate" que passa a ter capitalização semestral. Assim teremos:

Price = P = Cr\$ 99,00

Coupon Rate = 6,5% ao ano capitalizados semestralmente = 3,25% ao semestre

Prazo = 10 anos = 20 semestres

Yield to Maturity = YTM = ?

Solução:

Teremos assim 20 cupons semestrais de Cr\$ 3,25 e o "yield to maturity" obtido pela fórmula que segue será expresso em % ao semestre.

$$\begin{aligned} YTM &= \frac{3,25 + \frac{100,00 - 99,00}{20}}{99,00} \times 100 = \\ &= \frac{3,25 + 0,05}{99,00} \times 100 = 3,333\% \text{ ao semestre} \end{aligned}$$

e o "yield" anual nominal será igual a:

$$2 \times 3,333 = 6,666\% \text{ ao ano.}$$

Observar que o "yield" anual assim obtido coincide com o "yield" do exemplo (2.4.1), onde os cupons eram pagos anualmente.

2.5. TABELAS PARA CÁLCULOS NA EMISSÃO DE "BOND"

Visando facilitar os cálculos para encontrar os valores de "Price" e "Yield to maturity", foi elaborado pela Gerência de Aplicações Técnicas um programa em computador.

Este programa foi desenvolvido no sentido de resolver todos os problemas de cálculo já observados neste capítulo. Assim é possível utilizando as tabelas geradas pelo programa, encontrar-se os valores do "Price" e "Yield to Maturity," para cupons anuais ou semestrais, no método convencional ou japonês, conhecendo-se os demais valores envolvidos no problema.

Estas tabelas estarão listadas em uma pasta anexa a esse trabalho, e deverão resolver quase todos os exercícios que se apresentarem. Se for necessário contudo, para solução de determinado exercício, alguns valores que fujam aos intervalos da tabela, deverá ser solicitado a GERAT a extração de uma saída especificada para o problema. Para essa extração deverão ser informados dois intervalos:

- o primeiro referente ao prazo (número máximo e mínimo de anos);
- o segundo referente ao "coupon rate" (valor máximo e mínimo de "coupon rate" e o incremento a ser seguido).

2.5.1. Utilização das Tabelas:

Será apresentado a seguir todos os exemplos vistos neste capítulo e a sua solução pelas tabelas. Para a sua orientação as tabelas que referenciam-se a estes exemplos encontram-se no item 2.5.2.

2.5.1.1. Cupons Anuais - Cálculo do "Price"

Observe o mesmo exemplo do item 2.1.1.

Exemplo Numérico:

"Coupon Rate" = PMT = 5,5% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = $n = 10$ anos

"Yield to Maturity" = YTM = 5,6% ao ano

B = ?

Solução:

Utilizando as tabelas deve-se:

- Procurar o conjunto de tabelas referentes aos cupons pagos anualmente;
- Dentro deste conjunto encontrar quais tabelas possuem prazo idêntico ao especificado no problema (10 anos);
- Procurar então nessas tabelas, aquela que possui uma coluna encimada pelo "Coupon Rate" do problema (5,5% ao ano);
- Encontrada esta coluna de valores deve-se pesquisá-la até encontrar-se o valor idêntico ou mais próximo ao valor especificado para o "Yield to Maturity" (5,6% ao ano);
- Encontrado este valor, a solução do problema é o conteúdo da coluna dos "Price" que está na mesma linha do valor de "Yield" fornecido (\$ 99,25);
- No caso do valor encontrado na coluna de valores de mesmo "Coupon Rate" do problema ser aproximado do valor fornecido de "Yield to Maturity", deve-se então utilizar a técnica usual de interpolação.

Cálculo do "Yield to Maturity"

Observe o mesmo exemplo do item 2.1.2.

Exemplo Numérico:

"Price" = B = \$99,25

"Coupon Rate" = PMT = 5,5% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = $n = 10$ anos

YTM = ?

Solução:

Utilizando-se as tabelas deve-se:

- Procurar o conjunto de tabelas referentes aos cupons pagos anualmente;
- Dentro deste conjunto encontrar quais tabelas têm prazo idêntico ao especificado no problema (10 anos);

- Procurar então nessas tabelas, aquela que possui uma coluna encimada pelo "Coupon Rate" do problema (5,5% ao ano);

- A solução ao problema é o valor encontrado na interseção desta coluna com a linha do "Price" fornecido (\$ 99,25), logo a solução é 5.6000% ao ano.

2.5.1.2. Cupons Semestrais ("Yield" nominal ou efetivo) -

Cálculo do "Price"

Observe o exemplo do item 2.2.1.

"Coupon Rate" = PMT = 4,75% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = n = 10 anos

"Yield to Maturity" = YTM = 4,82% ao ano

B = ?

Solução:

- Procurar o conjunto de tabelas referentes aos cupons pagos semestralmente;

- Dentro deste conjunto encontrar quais tabelas possuem prazo idêntico ao especificado no problema (10 anos);

- Procurar nessas tabelas aquela que possui uma coluna encimada pelo "COUPON RATE" do problema (4,75% ao ano);

- Deve-se analisar a coluna "Yield Anual Efetivo" se o "yield" especificado for efetivo. Caso seja nominal, como no exemplo, pesquisa-se a coluna "Yield Nominal HP-80" até encontrar-se o valor idêntico ou mais próximo do "Yield" especificado (4,82% ao ano);

- A solução é o valor da coluna dos "Price" que está na mesma linha do "Yield" fornecido (\$ 99,45).

Cálculo do "Yield to Maturity"

Observe o exemplo do item 2.2.2.

"Price" = B = 99,45

"Coupon Rate" = PMT = 4,75% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = n = 10 anos

YTM = ?

Solução:

- Procurar o conjunto de tabelas referentes aos cupons pagos semestralmente;
- Dentro deste conjunto encontrar quais tabelas possuem prazo idêntico ao especificado no problema (10 anos);
- Procurar nessas tabelas a coluna encimada pelo "Coupon Rate" do problema (4,75% ao ano);
- A solução é o valor encontrado na interseção desta coluna ("Yield Nominal HP-80" ou "Yield Anual Efetivo" conforme o caso) com a linha do "Price" (\$ 99,25) fornecido. No caso o "Yield to Maturity" nominal encontrado é 4.8200% ao ano.

2.5.1.3. Cupon Semestral ("Yield" Japonês)**Cálculo do "Price"**

Observe o exemplo 2.4.1.

"Coupon Rate" = PMT = 6,5% ao ano

"Par Value" = RV = \$ 100,00

Prazo = n = 10 anos

"Yield to Maturity" = YTM = 6,66% ao ano

B = ?

Solução:

- Procurar o conjunto de tabelas referentes aos cupons pagos semestralmente;
- Dentro deste conjunto encontrar quais tabelas possuem prazo idêntico ao especificado no problema (10 anos);
- Procurar nessas tabelas aquela que possui uma coluna encimada pelo "Coupon Rate" do problema (6,5% ao ano);
- Deve-se analisar a coluna "Yield Japonês aprox." até encontrar o valor mais próximo do "Yield" especificado (6,66% ao ano);
- A solução é o valor da coluna dos Price que está na mesma linha do "Yield" fornecido (\$ 99,00)

Cálculo do "Yield to Maturity"

Observe o exemplo 2.4.2.

"Price" = P = \$ 99,00

"Coupon Rate" = PTM = 6,5% ao ano

Prazo = n = 10 anos

"Par Value" = RV = \$ 100,00

"Yield to Maturity" = YTM = ?

Solução:

- Procurar no conjunto de tabelas referentes aos cupons pagos semestralmente;
- Dentro deste conjunto encontrar quais tabelas possuem prazo idêntico ao especificado no problema (10 anos);
- Procurar nestas tabelas aquela que possui uma coluna encimada pelo "Coupon Rate" do problema (6,5% ao ano);
- A solução é o valor encontrado na interseção da linha dos "Price" (\$ 99,00) fornecido com a coluna "Yield Japonês aprox." (6,6667% ao ano).

2.5.2. Exemplo de Tabelas:

As tabelas mencionadas no item 2.5.1. encontram-se a seguir e foram aqui introduzidas, apenas, para exemplificar a maneira de consultá-las. O volume completo das tabelas emitidas por computador, acompanha o trabalho.

No item anterior não foi incluída a metodologia de cálculo, utilizando as tabelas, para "bonds" de cupons anuais no método japonês, uma vez que os valores que seriam obtidos são idênticos aos encontrados para cupons semestrais.

BANCO NACIONAL DO DESENVOLVIMENTO ECONOMICO

*** YIELD TO MATURITY ANUAL EFETIVO DE BONDS, EM PORCENTAGEM ***

*** CUPONS PAGOS ANUALMENTE *** MATURITY 10 ANOS ***

PRICE +	4.000./.	4.250./.	4.500./.	4.750./.	5.000./.	5.250./.	5.500./.	5.750./.	6.000./.	6.250./.	6.500./.	6.750./.
98.50 +	4.1867	4.4391	4.6514	4.9438	5.1962	5.4486	5.7010	5.9534	6.2058	6.4583	6.7108	6.9633
98.55 +	4.1804	4.4327	4.6850	4.9373	5.1896	5.4419	5.6942	5.9466	6.1989	6.4513	6.7037	6.9561
98.60 +	4.1742	4.4263	4.6785	4.9307	5.1830	5.4352	5.6875	5.9397	6.1920	6.4443	6.6966	6.9489
98.65 +	4.1679	4.4200	4.6721	4.9242	5.1764	5.4286	5.6807	5.9329	6.1851	6.4373	6.6895	6.9417
98.70 +	4.1616	4.4136	4.6657	4.9177	5.1698	5.4219	5.6740	5.9261	6.1782	6.4303	6.6824	6.9346
98.75 +	4.1554	4.4073	4.6593	4.9112	5.1632	5.4152	5.6672	5.9192	6.1713	6.4233	6.6754	6.9274
98.80 +	4.1491	4.4010	4.6528	4.9047	5.1566	5.4085	5.6605	5.9124	6.1644	6.4163	6.6683	6.9203
98.85 +	4.1428	4.3946	4.6464	4.8982	5.1501	5.4019	5.6537	5.9056	6.1575	6.4093	6.6612	6.9131
98.90 +	4.1366	4.3883	4.6400	4.8918	5.1435	5.3953	5.6470	5.8988	6.1506	6.4024	6.6542	6.9060
98.95 +	4.1303	4.3820	4.6336	4.8853	5.1369	5.3880	5.6403	5.8920	6.1437	6.3954	6.6471	6.8989
99.00 +	4.1241	4.3757	4.6272	4.8788	5.1304	5.3820	5.6336	5.8852	6.1368	6.3884	6.6401	6.8917
99.05 +	4.1179	4.3693	4.6208	4.8723	5.1238	5.3753	5.6269	5.8784	6.1299	6.3815	6.6330	6.8846
99.10 +	4.1116	4.3630	4.6144	4.8658	5.1173	5.3687	5.6201	5.8716	6.1230	6.3745	6.6260	6.8775
99.15 +	4.1054	4.3567	4.6080	4.8594	5.1107	5.3621	5.6134	5.8648	6.1162	6.3676	6.6189	6.8703
99.20 +	4.0992	4.3504	4.6017	4.8529	5.1042	5.3554	5.6067	5.8580	6.1093	6.3606	6.6119	6.8632
99.25 +	4.0929	4.3441	4.5953	4.8465	5.0976	5.3488	5.6000	5.8512	6.1024	6.3537	6.6049	6.8561
99.30 +	4.0867	4.3378	4.5889	4.8400	5.0911	5.3422	5.5933	5.8443	6.0956	6.3467	6.5979	6.8490
99.35 +	4.0805	4.3315	4.5825	4.8335	5.0846	5.3356	5.5866	5.8377	6.0887	6.3398	6.5909	6.8419
99.40 +	4.0743	4.3252	4.5762	4.8271	5.0780	5.3290	5.5800	5.8309	6.0819	6.3329	6.5839	6.8349
99.45 +	4.0681	4.3189	4.5698	4.8207	5.0715	5.3224	5.5733	5.8242	6.0750	6.3259	6.5768	6.8277
99.50 +	4.0619	4.3127	4.5634	4.8142	5.0650	5.3158	5.5666	5.8174	6.0682	6.3190	6.5698	6.8206
99.55 +	4.0557	4.3064	4.5571	4.8078	5.0585	5.3092	5.5599	5.8106	6.0614	6.3121	6.5625	6.8136
99.60 +	4.0495	4.3001	4.5507	4.8014	5.0520	5.3026	5.5533	5.8039	6.0545	6.3052	6.5558	6.8065
99.65 +	4.0433	4.2938	4.5444	4.7949	5.0455	5.2960	5.5466	5.7971	6.0477	6.2983	6.5488	6.7994
99.70 +	4.0371	4.2876	4.5380	4.7885	5.0390	5.2894	5.5399	5.7904	6.0409	6.2914	6.5419	6.7924
99.75 +	4.0309	4.2813	4.5317	4.7821	5.0325	5.2829	5.5333	5.7837	6.0341	6.2845	6.5349	6.7853
99.80 +	4.0247	4.2750	4.5254	4.7757	5.0260	5.2763	5.5266	5.7769	6.0273	6.2776	6.5279	6.7782
99.85 +	4.0186	4.2688	4.5190	4.7693	5.0195	5.2697	5.5200	5.7702	6.0204	6.2707	6.5209	6.7712
99.90 +	4.0124	4.2625	4.5127	4.7629	5.0130	5.2632	5.5133	5.7635	6.0136	6.2638	6.5140	6.7641
99.95 +	4.0062	4.2563	4.5064	4.7564	5.0065	5.2566	5.5067	5.7568	6.0068	6.2569	6.5070	6.7571
100.00 +	4.0000	4.2500	4.5000	4.7500	5.0000	5.2500	5.5000	5.7500	6.0000	6.2500	6.5000	6.7500
100.05 +	3.9939	4.2438	4.4937	4.7437	4.9936	5.2435	5.4934	5.7433	5.9933	6.2432	6.4931	6.7430
100.10 +	3.9877	4.2376	4.4874	4.7373	4.9871	5.2370	5.4868	5.7366	5.9865	6.2363	6.4861	6.7360
100.15 +	3.9816	4.2313	4.4811	4.7309	4.9806	5.2304	5.4802	5.7299	5.9797	6.2294	6.4792	6.7290
100.20 +	3.9754	4.2251	4.4748	4.7245	4.9742	5.2239	5.4736	5.7232	5.9729	6.2226	6.4723	6.7219
100.25 +	3.9693	4.2189	4.4685	4.7181	4.9677	5.2173	5.4669	5.7165	5.9661	6.2157	6.4653	6.7149
100.30 +	3.9631	4.2127	4.4622	4.7117	4.9613	5.2108	5.4603	5.7098	5.9594	6.2089	6.4584	6.7079
100.35 +	3.9570	4.2065	4.4559	4.7054	4.9549	5.2043	5.4537	5.7032	5.9526	6.2020	6.4515	6.7009
100.40 +	3.9509	4.2002	4.4496	4.6990	4.9484	5.1977	5.4471	5.6965	5.9458	6.1952	6.4446	6.6939
100.45 +	3.9447	4.1940	4.4433	4.6926	4.9419	5.1912	5.4405	5.6898	5.9391	6.1884	6.4376	6.6869
100.50 +	3.9386	4.1878	4.4371	4.6863	4.9355	5.1847	5.4339	5.6831	5.9323	6.1815	6.4307	6.6799

BANCO NACIONAL DO DESENVOLVIMENTO ECONOMICO

*** YIELDS TO MATURITY ANUAL DE BUNDS, EM PORCENTAGEM ***

*** CUPONS PAGOS SEMESTRALMENTE *** MATURITY 10 ANOS ***

PRICE	YIELD JAPONES APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO	YIELD JAPONES APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO	CUPON RATE DE 4.000 A 4.750	YIELD JAPONES APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO	YIELD JAPONES APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO
98.50	4.2132	4.1852	4.2290	4.4670	4.4374	4.4800	4.500. / .	4.7208	4.6897	4.7447	4.750. / .	4.9420	5.0030
98.55	4.2060	4.1789	4.2226	4.4597	4.4311	4.4802	4.500. / .	4.7133	4.6833	4.7381	4.750. / .	4.9355	4.9764
98.60	4.1988	4.1727	4.2162	4.4523	4.4248	4.4738	4.500. / .	4.7059	4.6769	4.7316	4.750. / .	4.9291	4.9695
98.65	4.1916	4.1665	4.2099	4.4450	4.4185	4.4673	4.500. / .	4.6984	4.6706	4.7251	4.750. / .	4.9226	4.9632
98.70	4.1844	4.1603	4.2036	4.4377	4.4122	4.4609	4.500. / .	4.6910	4.6642	4.7185	4.750. / .	4.9162	4.9566
98.75	4.1772	4.1541	4.1972	4.4304	4.4060	4.4545	4.500. / .	4.6835	4.6578	4.7121	4.750. / .	4.9097	4.9500
98.80	4.1700	4.1479	4.1909	4.4231	4.3997	4.4481	4.500. / .	4.6761	4.6515	4.7056	4.750. / .	4.9033	4.9434
98.85	4.1629	4.1417	4.1846	4.4158	4.3934	4.4416	4.500. / .	4.6687	4.6451	4.6991	4.750. / .	4.8969	4.9368
98.90	4.1557	4.1355	4.1782	4.4085	4.3871	4.4352	4.500. / .	4.6613	4.6388	4.6926	4.750. / .	4.8904	4.9302
98.95	4.1486	4.1293	4.1719	4.4012	4.3809	4.4288	4.500. / .	4.6539	4.6324	4.6861	4.750. / .	4.8840	4.9237
99.00	4.1414	4.1231	4.1656	4.3939	4.3746	4.4224	4.500. / .	4.6465	4.6261	4.6796	4.750. / .	4.8776	4.9171
99.05	4.1343	4.1169	4.1593	4.3867	4.3683	4.4160	4.500. / .	4.6391	4.6198	4.6731	4.750. / .	4.8712	4.9105
99.10	4.1271	4.1107	4.1530	4.3794	4.3621	4.4096	4.500. / .	4.6317	4.6134	4.6666	4.750. / .	4.8648	4.9039
99.15	4.1200	4.1045	4.1467	4.3722	4.3558	4.4032	4.500. / .	4.6243	4.6071	4.6601	4.750. / .	4.8584	4.9174
99.20	4.1129	4.0984	4.1404	4.3649	4.3496	4.3969	4.500. / .	4.6169	4.6008	4.6537	4.750. / .	4.8520	4.9108
99.25	4.1058	4.0922	4.1341	4.3577	4.3433	4.3905	4.500. / .	4.6096	4.5944	4.6472	4.750. / .	4.8456	4.9043
99.30	4.0987	4.0860	4.1278	4.3505	4.3371	4.3841	4.500. / .	4.6022	4.5881	4.6407	4.750. / .	4.8392	4.8977
99.35	4.0916	4.0799	4.1215	4.3432	4.3308	4.3777	4.500. / .	4.5949	4.5818	4.6343	4.750. / .	4.8328	4.8912
99.40	4.0845	4.0737	4.1152	4.3360	4.3246	4.3713	4.500. / .	4.5875	4.5755	4.6278	4.750. / .	4.8264	4.8846
99.45	4.0774	4.0675	4.1089	4.3288	4.3184	4.3650	4.500. / .	4.5802	4.5692	4.6214	4.750. / .	4.8200	4.8781
99.50	4.0704	4.0614	4.1026	4.3216	4.3121	4.3580	4.500. / .	4.5729	4.5629	4.6145	4.750. / .	4.8136	4.8716
99.55	4.0633	4.0552	4.0963	4.3144	4.3059	4.3523	4.500. / .	4.5655	4.5566	4.6085	4.750. / .	4.8073	4.8650
99.60	4.0562	4.0491	4.0901	4.3072	4.2997	4.3459	4.500. / .	4.5582	4.5503	4.6020	4.750. / .	4.8009	4.8585
99.65	4.0492	4.0429	4.0838	4.3000	4.2935	4.3396	4.500. / .	4.5509	4.5440	4.5956	4.750. / .	4.7945	4.8520
99.70	4.0421	4.0368	4.0775	4.2929	4.2873	4.3332	4.500. / .	4.5436	4.5377	4.5892	4.750. / .	4.7882	4.8459
99.75	4.0351	4.0307	4.0713	4.2857	4.2810	4.3269	4.500. / .	4.5363	4.5314	4.5828	4.750. / .	4.7813	4.8390
99.80	4.0281	4.0245	4.0650	4.2786	4.2748	4.3205	4.500. / .	4.5291	4.5251	4.5763	4.750. / .	4.7754	4.8324
99.85	4.0210	4.0184	4.0588	4.2714	4.2686	4.3142	4.500. / .	4.5218	4.5189	4.5695	4.750. / .	4.7691	4.8259
99.90	4.0140	4.0123	4.0525	4.2643	4.2624	4.3079	4.500. / .	4.5145	4.5125	4.5635	4.750. / .	4.7627	4.8194
99.95	4.0070	4.0062	4.0463	4.2571	4.2562	4.3015	4.500. / .	4.5073	4.5063	4.5571	4.750. / .	4.7564	4.8125
100.00	4.0000	4.0000	4.0400	4.2500	4.2500	4.2952	4.500. / .	4.5000	4.5000	4.5507	4.750. / .	4.7500	4.8065
100.05	3.9930	3.9939	4.0338	4.2429	4.2439	4.2899	4.500. / .	4.4928	4.4938	4.5435	4.750. / .	4.7437	4.8000
100.10	3.9860	3.9878	4.0276	4.2358	4.2377	4.2829	4.500. / .	4.4855	4.4875	4.5375	4.750. / .	4.7353	4.7935
100.15	3.9790	3.9817	4.0214	4.2287	4.2315	4.2763	4.500. / .	4.4783	4.4813	4.5315	4.750. / .	4.7279	4.7870
100.20	3.9721	3.9756	4.0151	4.2216	4.2253	4.2700	4.500. / .	4.4711	4.4750	4.5251	4.750. / .	4.7206	4.7805
100.25	3.9651	3.9695	4.0089	4.2145	4.2191	4.2636	4.500. / .	4.4638	4.4688	4.5187	4.750. / .	4.7132	4.7741
100.30	3.9581	3.9634	4.0027	4.2074	4.2130	4.2573	4.500. / .	4.4566	4.4625	4.5123	4.750. / .	4.7059	4.7676
100.35	3.9512	3.9573	3.9965	4.2003	4.2068	4.2511	4.500. / .	4.4494	4.4563	4.5059	4.750. / .	4.6986	4.7611
100.40	3.9442	3.9512	3.9903	4.1932	4.2006	4.2448	4.500. / .	4.4422	4.4501	4.4996	4.750. / .	4.6912	4.7537
100.45	3.9373	3.9452	3.9841	4.1862	4.1945	4.2385	4.500. / .	4.4350	4.4438	4.4832	4.750. / .	4.6839	4.7462
100.50	3.9303	3.9391	3.9779	4.1791	4.1883	4.2322	4.500. / .	4.4279	4.4376	4.4766	4.750. / .	4.6766	4.7385

BANCO NACIONAL DO DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO

*** YIELDS TO MATURITY ANNUAL DE BONDOS, EM PORCENTAGEM ***

*** CUPONS PAGOS SEMESTRALMENTE *** MATURITY 10 ANOS ***

PRICE	YIELD JAPONÊS APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO	YIELD JAPONÊS APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO	CUPON RATE DE 6.000 A 6.750	YIELD JAPONÊS APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO	YIELD JAPONÊS APROX.	YIELD NOMINAL HP-80	YIELD ANUAL EFETIVO
98.50	6.2437	6.2036	6.2958	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7513	6.7084	6.8209	7.0051	6.7500	6.7500
98.55	6.2354	6.1968	6.2928	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7428	6.7013	6.8136	6.9964	6.7500	6.7500
98.60	6.2272	6.1899	6.2857	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7343	6.6943	6.8064	6.9878	6.7500	6.7500
98.65	6.2190	6.1831	6.2786	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7258	6.6873	6.7991	6.9792	6.7500	6.7500
98.70	6.2107	6.1762	6.2716	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7173	6.6804	6.7915	6.9706	6.7500	6.7500
98.75	6.2025	6.1694	6.2645	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7089	6.6734	6.7847	6.9620	6.7500	6.7500
98.80	6.1943	6.1626	6.2575	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.7004	6.6664	6.7775	6.9534	6.7500	6.7500
98.85	6.1861	6.1558	6.2505	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6920	6.6594	6.7703	6.9449	6.7500	6.7500
98.90	6.1780	6.1489	6.2435	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6835	6.6524	6.7631	6.9363	6.7500	6.7500
98.95	6.1698	6.1421	6.2364	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6751	6.6454	6.7559	6.9277	6.7500	6.7500
99.00	6.1616	6.1353	6.2294	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6667	6.6385	6.7487	6.9192	6.7500	6.7500
99.05	6.1535	6.1285	6.2224	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6583	6.6315	6.7415	6.9107	6.7500	6.7500
99.10	6.1453	6.1217	6.2154	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6498	6.6246	6.7343	6.9021	6.7500	6.7500
99.15	6.1372	6.1149	6.2084	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6415	6.6176	6.7271	6.8936	6.7500	6.7500
99.20	6.1290	6.1081	6.2014	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6331	6.6107	6.7199	6.8851	6.7500	6.7500
99.25	6.1209	6.1013	6.1944	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6247	6.6037	6.7127	6.8766	6.7500	6.7500
99.30	6.1128	6.0945	6.1874	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6163	6.5968	6.7056	6.8681	6.7500	6.7500
99.35	6.1047	6.0875	6.1804	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.6080	6.5894	6.6984	6.8596	6.7500	6.7500
99.40	6.0966	6.0810	6.1735	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5996	6.5829	6.6912	6.8511	6.7500	6.7500
99.45	6.0885	6.0742	6.1665	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5913	6.5760	6.6841	6.8426	6.7500	6.7500
99.50	6.0804	6.0675	6.1595	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5829	6.5690	6.6769	6.8342	6.7500	6.7500
99.55	6.0723	6.0607	6.1525	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5746	6.5621	6.6698	6.8257	6.7500	6.7500
99.60	6.0643	6.0540	6.1456	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5663	6.5552	6.6626	6.8173	6.7500	6.7500
99.65	6.0562	6.0472	6.1386	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5580	6.5483	6.6555	6.8088	6.7500	6.7500
99.70	6.0481	6.0405	6.1317	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5496	6.5414	6.6484	6.8004	6.7500	6.7500
99.75	6.0401	6.0337	6.1247	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5414	6.5345	6.6412	6.7920	6.7500	6.7500
99.80	6.0321	6.0270	6.1178	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5331	6.5276	6.6341	6.7836	6.7500	6.7500
99.85	6.0240	6.0202	6.1108	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5248	6.5207	6.6270	6.7752	6.7500	6.7500
99.90	6.0160	6.0135	6.1039	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5165	6.5138	6.6199	6.7668	6.7500	6.7500
99.95	6.0080	6.0066	6.0970	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5083	6.5069	6.6128	6.7584	6.7500	6.7500
100.00	6.0000	6.0000	6.0900	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.5000	6.5000	6.6057	6.7500	6.7500	6.7500
100.05	5.9920	5.9933	6.0831	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4918	6.4932	6.5986	6.7416	6.7500	6.7500
100.10	5.9840	5.9866	6.0762	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4835	6.4863	6.5915	6.7333	6.7500	6.7500
100.15	5.9760	5.9799	6.0693	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4753	6.4794	6.5844	6.7249	6.7500	6.7500
100.20	5.9681	5.9732	6.0624	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4671	6.4726	6.5773	6.7166	6.7500	6.7500
100.25	5.9601	5.9665	6.0555	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4589	6.4657	6.5702	6.7082	6.7500	6.7500
100.30	5.9521	5.9598	6.0486	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4506	6.4589	6.5632	6.6999	6.7500	6.7500
100.35	5.9442	5.9531	6.0417	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4425	6.4520	6.5561	6.6916	6.7500	6.7500
100.40	5.9363	5.9464	6.0348	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4343	6.4452	6.5490	6.6833	6.7500	6.7500
100.45	5.9283	5.9397	6.0279	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4261	6.4383	6.5420	6.6750	6.7500	6.7500
100.50	5.9204	5.9330	6.0210	6.2500	6.2500	6.2500	6.750	6.4179	6.4315	6.5349	6.6667	6.7500	6.7500

3. CÁLCULO DE "BONDS" COM DIAS DECORRIDOS

3.1. CONCEITOS GERAIS

A constatação de divergências entre o valor do "bond" calculado pela fórmula deduzida no BNDE e o valor apresentado pela calculadora eletrônica HP-80, conduziu à elaboração deste capítulo, que objetiva o estudo do comportamento matemático da função Valor do "bond".

A equação abaixo, proposta pelo BNDE, resolve o problema para quaisquer valores das variáveis envolvidas e foi obtida pela generalização do caso específico em que $RV = 100$ e $PER = 182,5$, cuja dedução é apresentada no item 3.2.

Então:

$$B = RV \times \left[1 + \frac{YTM}{200} \right]^{(-N/PER)} \times \\ \times \frac{PMT}{YTM} \times \left[\left(1 + \frac{YTM}{200} \right)^{(n+1)} - 1 \right] + 1$$

onde:

B = Valor do "bond" ("bond value")

RV = preço de face do "bond" ("redemption value")

YTM = taxa de retorno em percentagem anual
("yield to maturity")

N = número de dias até o dia de resgate do "bond"

PER = tamanho do período de pagamento do "bond"

PMT = taxa do cupom em percentagem anual

n = parte inteira da divisão de N por PER .

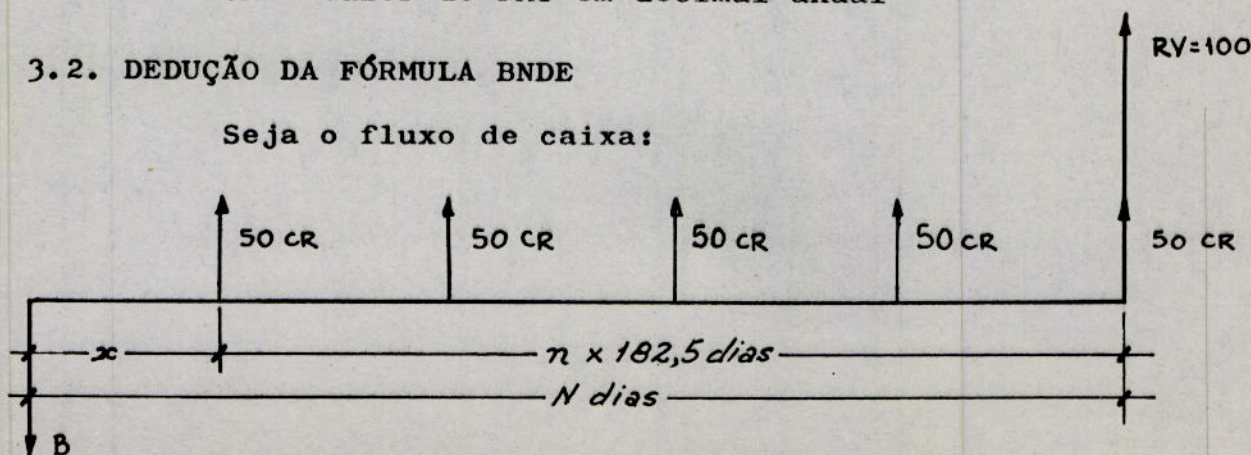
Serão utilizadas, adicionalmente, as seguintes notações:

i = Valor de YTM em decimal anual

CR = Valor do PMT em decimal anual

3.2. DEDUÇÃO DA FÓRMULA BNDE

Seja o fluxo de caixa:



O valor atual do fluxo de recebimentos corresponderá ao valor do "bond". Então:

$$B = \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{(x/182,5)}} + \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{(1 + x/182,5)}} +$$

$$+ \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{(2 + x/182,5)}} + \dots +$$

$$+ \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{(n + x/182,5)}} + \frac{100}{(1 + i/2)^{(n + x/182,5)}}$$

Colocando em evidência a parcela $\frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{(x/182,5)}}$

obtem-se:

$$B = \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{(x/182,5)}} \times \left[1 + \frac{1}{(1 + i/2)^1} + \frac{1}{(1 + i/2)^2} + \dots + \frac{1}{(1 + i/2)^n} \right] + \frac{100}{(1 + i/2)^{(n + x/182,5)}} \quad (1)$$

A parcela acima assinalada com um (*) corresponde à soma de um número finito de termos de uma progressão geométrica cujo primeiro termo a_1 , é igual a $\frac{1}{(1 + i/2)}$ e cuja razão q é, também, igual a $\frac{1}{(1 + i/2)}$. Sabe-se que a soma de n termos de uma PG é igual a:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ logo:}$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{(1 + i/2)} \left[\left(\frac{1}{(1 + i/2)} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{1 + i/2} - 1} =$$

$$= \frac{\frac{1}{1 + i/2} \left(\frac{1}{(1 + i/2)}^n - 1 \right)}{\frac{1 - 1 - i/2}{1 + i/2}} =$$

$$= \frac{1 - (1 + i/2)^n}{(1 + i/2)^n - i/2} = \frac{(1 + i/2)^n - 1}{i/2 (1 + i/2)^n}$$

Substituindo na equação (1):

$$B = \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{x/182,5}} \times \left[1 + \frac{(1 + i/2)^n - 1}{i/2 (1 + i/2)^n} \right] + \frac{100}{(1 + i/2)^{N/182,5}}$$

Desenvolvendo:

$$B = \frac{50 \text{ CR}}{(1 + i/2)^{x/182,5}} \times \frac{i/2(1 + i/2)^n + (1 + i/2)^n - 1}{i/2 (1 + i/2)^n} + \frac{100}{(1 + i/2)^{N/182,5}}$$

Ou:

$$B = \frac{50 \text{ CR} [(1 + i/2)^n (i/2 + 1) - 1]}{i/2 (1 + i/2)^{N/182,5}} + \frac{100}{(1 + i/2)^{N/182,5}}$$

Ou, ainda:

$$B = \left\{ 100 \times \frac{\text{CR}}{i} \times [(1 + i/2)^{n+1} - 1] + 100 \right\} (1 + i/2)^{-\frac{N}{182,5}}$$

Finalmente:

$$B = 100 (1 + i/2)^{-(N/182,5)} \left\{ \frac{\text{CR}}{i} [(1 + i/2)^{(n+1)} - 1] + 1 \right\}$$

Substituindo:

$$\textcircled{2} \begin{cases} i \text{ por } \text{YTM}/100 \\ \text{CR por } \text{PMT}/100 \\ 100 \text{ por } \text{RV} \\ 182,5 \text{ por } \text{PER}, \end{cases}$$

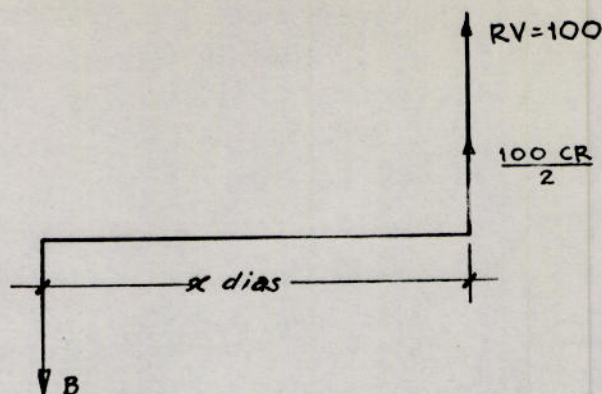
generaliza-se a fórmula acima:

$$B = \text{RV}(1 + \text{YTM}/200)^{-(N/\text{PER})} \left\{ \frac{\text{PMT}}{\text{YTM}} [(1 + \text{YTM}/200)^{(n+1)} - 1] + 1 \right\}$$

3.2.1. Casos Particulares:

3.2.1.1. Só existe mais um cupom ($N < 182,5$)

Neste caso, o fluxo reduz-se a:



e o valor atual do fluxo de recebimentos que corresponde ao valor do "bond" é:

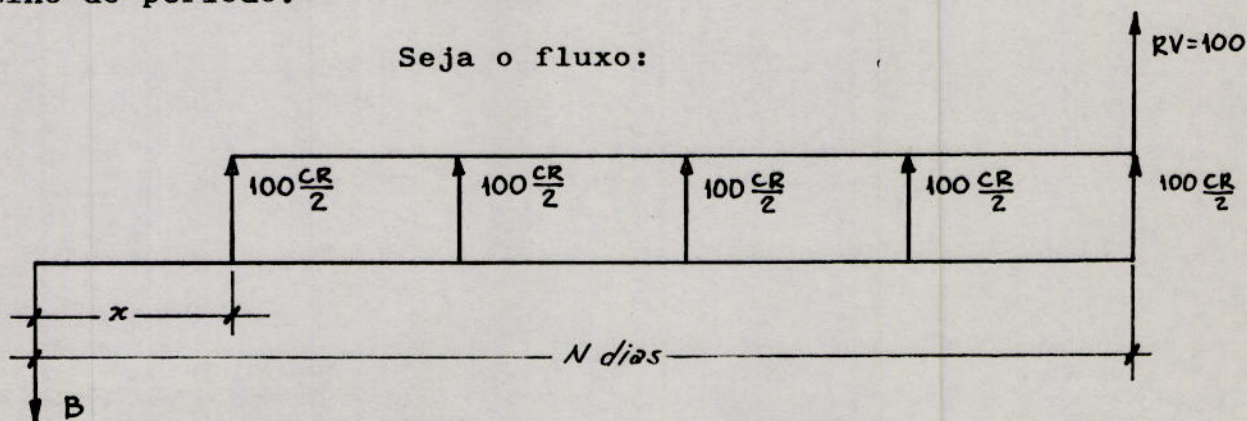
$$B = \frac{100(1 + CR/2)}{(1 + i/2)^{x/182,5}}$$

Com as substituições ② acima descritas, obtém-se a fórmula genérica:

$$B = \frac{RV(1 + PMT/200)}{(1 + YTM/200)^{x/PER}}$$

3.2.1.2. Taxa de retorno (YTM) igual à taxa do cupom (PMT), ou seja, $CR = i$

O valor do "bond" em todo final de período será 100. Para o cálculo do valor total em um dia qualquer, basta que se determine o número de dias que faltam para o término do período.



Então:

$$B = 100(1 + i/2)^{-N/182,5} \left\{ \frac{CR}{i} [(1 + i/2)^{n+1} - 1] + 1 \right\}$$

Como $CR = i$

$$B = 100(1 + i/2)^{-N/182,5} [(1 + i/2)^{n+1} - 1 + 1]$$

Ou:

$$B = 100(1 + i/2)^{1 + n - N/182,5}$$

Como $n = \text{INTEIRO}(N/182,5)$, vem:

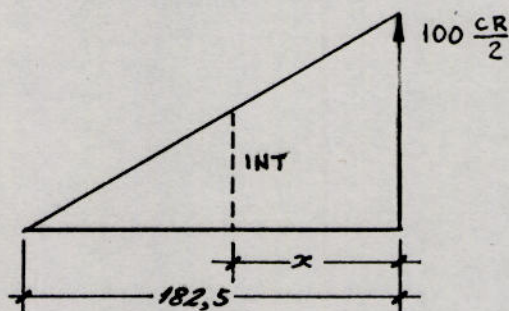
$$\begin{aligned} B &= 100(1 + i/2)^1 - \text{FRAC}(N/182,5) = \\ &= 100(1 + CR/2)^1 - \text{FRAC}(N/182,5) \end{aligned}$$

Com as substituições ②, obtém-se a fórmula genérica:

$$\begin{aligned} B &= RV(1 + YTM/200)^1 - \text{FRAC}(N/PER) = \\ &= RV(1 + \frac{PMT}{200})^1 - \text{FRAC}(N/PER) \end{aligned}$$

3.2.1.3. Cálculo dos juros acumulados de um cupom:

Os juros de um cupom são capitalizados somente ao final de um período. Isto significa que sua formação durante o período é linear e que pode-se calcular os juros acumulados no período por simples regra de 3.



Os juros de um período de 182,5 dias correspondem a $100 \frac{CR}{2}$. Calcula-se os juros correspondentes ao período x (INT) da seguinte forma:

$$\begin{array}{rcl} 100 \frac{CR}{2} & \text{-----} & 182,5 \\ INT & \text{-----} & (182,5 - x) \end{array}$$

Logo:

$$INT = 100 \frac{CR}{2} \left(\frac{182,5 - x}{182,5} \right) = 100 \frac{CR}{2} (1 - x/182,5)$$

Ou:

$$INT = 100 \frac{CR}{2} (1 - \text{FRAC } N/182,5)$$

A utilização das substituições ② conduz à fórmula genérica:

$$INT = RV \frac{PMT}{200} (1 - \text{FRAC } N/182,5)$$

3.3. PROGRAMAS PARA CALCULADORAS ELETRÔNICAS UTILIZANDO A FÓRMULA BNDE

3.3.1. Programa para Calculadora TEXAS TI 58/59:

O programa calcula o "bond Value", os juros acumulados e o "price". Pressiona-se a tecla LRN, introduz-se o programa, pressiona-se novamente a tecla LRN e passa-se, então, à introdução dos dados.

- Na tecla E introduz-se o valor do "yield to maturity" em percentual anual;

- Na tecla D, introduz-se o "coupon rate" em percentual anual;

- Ao pressionar-se a tecla D, o programa assume os seguintes valores: período = 182,5 dias
valor do resgate = 100,00

Desejando-se alterar esses valores, procede-se da seguinte forma:

- Na tecla C' introduz-se um novo período;

- Na tecla D' introduz-se um novo valor de resgate;

- O número de dias para o resgate é introduzido na tecla C.

Caso se desconheça esse número, introduz-se na tecla A a data do resgate e na tecla B a data na qual deseja-se calcular o "bond value". As datas devem ser introduzidas no formato MMDD.AAAA.

Após a introdução desses dados, obtém-se o "bond value" pressionando a tecla C'.

Após o cálculo do "bond value", obtém-se os juros acumulados para o cupom do período pela pressão da tecla B'.

O "price" é obtido pela pressão da tecla $x \rightleftarrows t$.

Os valores estão armazenados nas seguintes memórias:

- M18 - "bond value"
- M19 - juros acumulados
- M20 - "price"
- M10 - número de dias até o resgate
- M11 - tamanho do período
- M12 - Valor de resgate
- M13 - "Coupon rate"
- M14 - "Yield to Maturity"

P R O G R A M APASSOINSTRUÇÕES

∅	LBL A
	pgm 20,A
	pgm 20,C
6	LBL C
	ST 1∅ ÷ RCL11 =
	ST 16
	INT + 1 =
	ST 17
22	R/S
23	LBL A'
	RCL 12
	ST 18
	RCL 15 y^x RCL 16 +/- =
	PROD 18
	RCL 13 ÷ RCL 14 x
	(RCL 15 y^x RCL 17 - 1) + 1 =
	PROD 18
	RCL 18
60	R/S
61	LBL B'
	(1 - RCL16 INV INT) x
	RCL 13 ÷ 200 x RCL12 =
	ST 19
	RCL 18 - RCL 19 =
	ST 20
	$x \rightleftharpoons t$
	RCL 19
95	R/S
96	LBL C'
	ST 11
100	R/S
101	LBL D'
	ST 12
105	R/S

PASSOINSTRUÇÕES

106

LBL B

pgm 20,B

111

R/S

112

LBL D

ST 13

182.5

ST 11

100

ST 12

128

R/S

129

LBL E

ST 14 $\div$ 200 + 1 =

ST 15

142

R/S

3.3.2. Programa para a Calculadora HP-25:

O programa calcula o "bond value", os juros acumulados e o "price". Coloca-se a calculadora em estado de PGM, introduz-se o programa, retorna-se a calculadora ao estado normal e passa-se à introdução dos dados.

- Introduz-se na memória 0 o número de dias que faltam para o resgate;

- Introduz-se na memória 1 o número de dias que compõe um período;

- Introduz-se na memória 3 o "cupom rate" em percentual anual;

- Introduz-se na memória 4 o "yield to maturity" em percentual anual.

A inicialização dessas memórias é obrigatória e uma vez inicializadas não mais se alteram. Para se alterar um dado, basta alterar a memória correspondente sem necessidade de reinicializar as restantes.

Após a introdução dos dados, obtém-se o "bond value" pressionando-se a tecla R/S.

Pressionando-se a tecla R↓ obtém-se os juros acumulados, e, novamente, a tecla R↓ obtém-se o "price".

Os valores estão armazenados nas seguintes memórias:

- M7 - "bond value"
- M6 - juros acumulados
- M5 - "price"
- M4 - "Yield to maturity"
- M3 - "cupom rate"
- M2 - Valor de resgate
- M1 - Número de dias em um período
- M0 - Número de dias que faltam para o resgate

P R O G R A M APASSO/INSTRUÇÃO

1	RCL 4
2	2
3	$\emptyset$
4	$\emptyset$
5	$\div$
6	1
7	+
8	ST 5
9	RCL $\emptyset$
10	RCL 1
11	$\div$
12	ST 6
13	CHS
14	Y^X
15	RCL 2
16	X
17	RCL 5
18	RCL 6
19	INT
20	1
21	+
22	Y^X
23	1
24	-
25	RCL 3

PASSO/INSTRUÇÃO

26	X
27	RCL 4
28	$\div$
29	1
30	+
31	X
32	ST 7
33	1
34	RCL 6
35	FRAC
36	-
37	RCL 3
38	X
39	2
40	$\emptyset$
41	$\emptyset$
42	$\div$
43	RCL 2
44	X
45	ST 6
46	-
47	ST 5
48	RCL 6
49	RCL 7
50	GOTO $\emptyset\emptyset$

3.4. UTILIZAÇÃO DA HP-80

3.4.1. Dedução da Fórmula da HP-80

A calculadora HP-80 utiliza duas fórmulas para o cálculo do "price" de um "bond", uma para o prazo menor que 182,5 dias e outra para o prazo maior ou igual a 182,5 dias.

3.4.1.1. Prazo menor que 182,5 dias ($N < 182,5$)

Seja o fluxo de caixa:



Deseja-se determinar o preço de venda de um "bond" com vencimento em prazo inferior a um semestre. O preço de venda desse "bond" será igual ao valor atual do fluxo de recebimentos menos os juros acumulados até a data atual ou seja:

$$P = B - INT \quad (3)$$

onde:

P = preço de venda (COTAÇÃO DE MERCADO)

B = valor do "bond"

INT = juros acumulados

$$B = \frac{100 + 100 \frac{CR}{2}}{1 + \frac{i}{2} \times \frac{x}{180}} = \frac{\frac{200 + 100CR}{2}}{\frac{2 + i \frac{x}{180}}{2}} = \frac{200 + 100CR}{2 + \frac{x}{180} \cdot i} \quad (4)$$

onde: CR = "coupon rate" anual, expresso em decimal

i = "Yield to maturity" anual, expresso em decimal.

Como os juros são capitalizados somente ao término de um período, sua formação durante o período é linear e pode-se determinar seu valor por simples regra de 3. Logo:

$$\begin{array}{lcl} 100 \frac{CR}{2} & \text{-----} & 1 \text{ semestre} \\ INT & \text{-----} & (1 - \frac{x}{180}) \text{ semestre} \end{array}$$

Donde:

$$\text{INT} = \left(1 - \frac{x}{180}\right) \cdot 100 \frac{\text{CR}}{2} \quad (5)$$

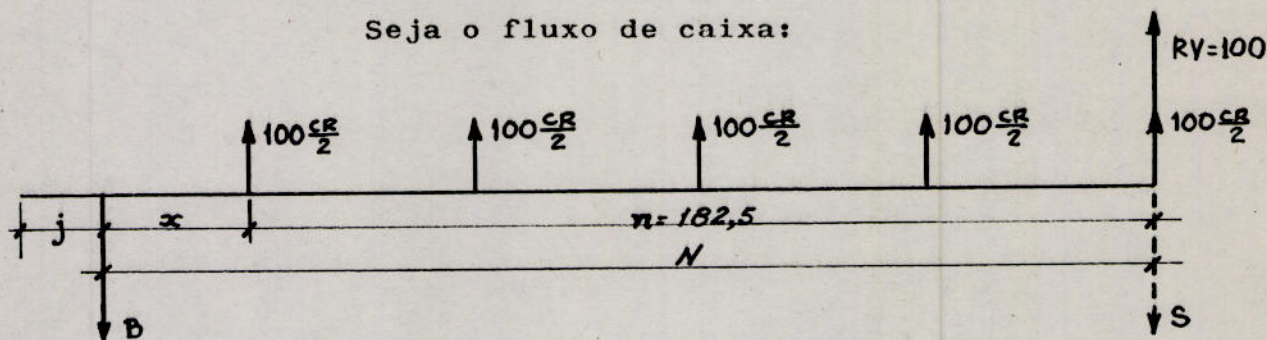
Substituindo (4) e (5) em (3), tem-se:

$$P = \frac{200 + 100 \text{ CR}}{2 + \frac{x}{180} \cdot i} - \left(1 - \frac{x}{180}\right) \cdot 100 \cdot \frac{\text{CR}}{2}$$

que é a fórmula utilizada pela calculadora HP-80 para prazos menores que um semestre.

3.4.1.2. Prazo maior que 182,5 dias ($N \geq 182,5$)

Seja o fluxo de caixa:



O preço de venda do "bond" será igual ao valor atual do fluxo de recebimentos menos os juros acumulados até a data da venda.

O valor futuro do fluxo de cupons (S) é de:

$$\begin{aligned} S = & \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5}\right)} + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} - 1\right)} + \\ & + \dots + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^2 + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2) + \\ & + \frac{100 \text{ CR}}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(1 + i/2) = & \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} + \\ & + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5}\right)} + \dots + \\ & + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^3 + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2)^2 + \\ & + \frac{100 \text{ CR}}{2} (1 + i/2) \quad (2) \end{aligned}$$

Subtraindo (2) de (1) temos:

$$S(i/2) = \frac{100 \text{ CR}}{2} \times \left[(1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} - 1 \right] =$$

$$S = \frac{100 \text{ CR}}{2} \times \frac{(1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} - 1}{i/2} =$$

$$S = 100 \frac{\text{CR}}{2} \times \frac{2}{i} \times \left[(1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} - 1 \right] =$$

$$S = 100 \frac{\text{CR}}{i} \times \left[(1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} - 1 \right] =$$

Chamemos de P_1 o valor presente do fluxo de cupons, P_1 será então igual a:

$$P_1 = S \times (1 + i/2)^{-\left(\frac{N}{182,5}\right)} =$$

$$P_1 = 100 \frac{\text{CR}}{i} \times \left[(1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} - 1 \right] \times$$

$$\times (1 + i/2)^{-N/182,5} =$$

$$P_1 = 100 \frac{\text{CR}}{i} \left[(1 + i/2)^{\left(\frac{N-x}{182,5} + 1\right)} \times (1 + i/2)^{-N/182,5} - \right.$$

$$\left. - (1 + i/2)^{-N/182,5} \right] =$$

$$P_1 = 100 \frac{\text{CR}}{i} \times \left[(1 + i/2)^{\left(1 - \frac{x}{182,5}\right)} - (1 + i/2)^{-N/182,5} \right] =$$

Chamando-se de

$$j = 1 - \frac{x}{182,5} \text{ ou seja, } 1 \text{ menos a parte fracionária de } \frac{N}{182,5}$$

teremos:

$$P_1 = 100 \frac{\text{CR}}{i} \times \left[(1 + i/2)^j - (1 + i/2)^{-N/182,5} \right]$$

Chamando de P_2 o valor presente do principal, temos:

$$P_2 = 100 (1 + i/2)^{-N/182,5}$$

e o valor do "bond" será:

$$B = P_1 + P_2$$

ou:

$$B = 100 \times \frac{CR}{i} \times \left[(1 + i/2)^j - (1 + i/2)^{-N/182,5} \right] + \\ + 100(1 + i/2)^{-N/182,5}$$

Os juros de um período são capitalizados somente ao término do mesmo. Isto quer dizer que a formação dos juros durante o período é linear e que pode-se calculá-los por simples regra de três:

$$\begin{array}{ccc} 100 \frac{CR}{2} & \text{-----} & 1 \text{ semestre} \\ INT & \text{-----} & j \end{array}$$

Logo:

$$INT = 100 \frac{CR}{2} \cdot j$$

Como $P = B - INT$, tem-se

$$P = 100 \frac{CR}{i} \left[(1 + i/2)^j - (1 + i/2)^{-N/182,5} \right] + \\ + 100 (1 + i/2)^{-N/182,5} - 100 \frac{CR}{2} \cdot j$$

3.4.2. Método para cálculo de "bonds" com dias decorridos utilizando calculadoras HP.

As calculadoras HP-65, HP-67 e HP-97, mais modernas e sofisticadas que a HP-80, utilizam as seguintes fórmulas para cálculo de "bonds".

3.4.2.1. Prazo maior que 182,5 dias

$$PRICE = RV \cdot (1 + YTM'/2)^{-N/PER} + \\ + RV \cdot \frac{CR}{YTM'} \left[(1 + YTM'/2)^{(1-FRAC(N/PER))} - (1 + YTM'/2)^{-N/PER} \right] - RV \cdot \frac{CR}{2} (1-FRAC(N/PER))$$

3.4.2.2. Prazo menor que 182,5 dias

$$PRICE = \frac{RV + RV(PMT/200)}{1 + \frac{YTM'}{2} \cdot \frac{N}{PER}} - RV \cdot \frac{CR}{2} \cdot (1 - FRAC(N/PER))$$

onde: N = número total de dias entre a compra e o venci
mento.

CR = taxa do cupom anual, expressa em decimal.

YTM' = taxa de rentabilidade anual, expressa em deci
mal.

YTM = rendimento anual em percentagem.

PMT = taxa anual do cupom em percentagem.

$FRAC(X)$ = parte fracionária de X .

$PRICE$ = valor do bond sem os juros acumulados para o
cupom atual.

3.4.2.3. Conclusões:

As calculadoras HP apresentam não o valor total do "bond" e sim seu "price", que não inclui os juros acu
mulados até a data. Para se obter o "bond value" deve-se acres
centar os juros acumulados ao "price"apresentado.

Na HP-65, os juros acumulados estão armaze
nados na memória 8 e recupera-se esse valor pressionando-se as
teclas RCL e 8.

Nas HP-67 e HP-97 os juros acumulados estão
na memória 5 e recupera-se esse valor pressionando-se as te
clas RCL e 5.

As calculadoras HP-65, HP-67 e HP-97 têm a
capacidade de trabalhar com qualquer período para o cupom, não
sendo obrigatório o uso de 182,5 dias.

Na HP-80 o processo é bem distinto. Para
 $N \geq 182,5$ dias, os juros acumulados estão armazenados no regis
trador Y da pilha operacional e esse valor é obtido pela pres
são da tecla $x \Rightarrow y$. Note-se que os valores são calculados para
períodos de base 182,5 dias.

Para $N < 182,5$ dias os Valores do "price"
e juros são calculados para uma base de 180 dias, o que ocasio
na uma distorção se inadvertidamente usado como se a base fos
se de 182,5 dias. Neste caso, os juros acumulados estão armaze
nados no registrador T da pilha operacional com o sinal inver-
tido. Recupera-se esse valor pressionando-se a tecla $R\downarrow$ três
vezes, sendo, ainda, necessária a pressão da tecla CHS para tro
car o sinal do valor apresentado.

Pode-se calcular na HP-80 o valor do "bond" para períodos menores que 182,5 dias em base de 182,5 dias mediante as seguintes operações:

entre $N/182,5$ na tecla n ;
entre $YTM/2$ na tecla i ;
entre $100 + (CR/50)$ na tecla FV .

Pressione a tecla PV para obter o resultado desejado.

Obtém-se os juros acumulados utilizando-se a fórmula:

$$INT = \frac{PMT}{2} (1 - (N/182,5))$$

3.4.3. Divergências entre as fórmulas propostas pela HP-80 e o BNDE.

Foi desenvolvido pela Gerência de Aplicações Técnicas do Departamento de Sistemas, um programa para computador em linguagem FORTRAN, que simula as equações propostas pela HP e a equação deduzida no BNDE. Este programa monta uma tabela comparativa dos resultados obtidos.

Em função das observações desses resultados, consta-se que a divergência entre os valores calculados para períodos de 182,5 dias e de 180 dias, tem um erro menor que 10^{-4} .

Pode-se notar que esta discrepância não é suficientemente relevante para ser levada em consideração na grande maioria dos casos.