

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Samuel de Oliveira Cardoso**

**Análise de Investimento de Capital na Indústria Brasileira  
de papel e celulose por meio da Teoria das Opções Reais:  
O Caso da Fibria Celulose S.A.**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Carlos Patrício Samanez

Rio de Janeiro, dezembro de 2014



**Samuel de Oliveira Cardoso**

**Análise de Investimento de Capital na Indústria Brasileira de papel e celulose por meio da Teoria das Opções Reais: O Caso da Fibria Celulose S.A.**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre (opção profissional) pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Carlos Patrício Samanez**

Orientador e Presidente

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Marco Antonio Guimarães Dias**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. André Barreira da Silva Rocha**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 03 de Novembro de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

### **Samuel de Oliveira Cardoso**

Graduou-se *cum laude* em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro em Dezembro de 2006. Graduou-se em Administração Pública e de Empresas pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro em Setembro de 2007. Pós-graduou-se em MBE em Economia e Gestão da Sustentabilidade pela Universidade Federal do Rio de Janeiro em Maio de 2010. No período de 2001 a 2007, trabalhou, no Comando da Aeronáutica, em cargo de nível técnico na área de Logística Militar. Entre 2007 e 2008, foi Professor I de Matemática, do Quadro Permanente do Município do Rio de Janeiro. De 2008 a 2009, foi Professor Substituto do Departamento de Matemática (DEMAT) da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Desde 2008, trabalha como Administrador do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) na Área de Planejamento.

Ficha Catalográfica

Cardoso, Samuel de Oliveira

Análise de investimento de capital na indústria brasileira de papel e celulose por meio da teoria das opções reais: o caso da Fibría Celulose S.A. / Samuel de Oliveira Cardoso ; orientador: Carlos Patrício Samanez. – 2014.

148 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Celulose e papel. 3. Opções reais. 4. Processamento estocástico. 5. Reversão à média. 6. Simulação de Monte Carlo. 7. Método binomial. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

## Agradecimentos

Ao meu avô, João Norberto (*in memoriam*), pelo exemplo que me deixou nos nossos anos de convivência; aos meus pais, pelo carinho, dedicação e ensinamentos deixados: minha mãezinha, professora Moema e meu pai Rivaldo.

À minha querida e amada esposa, Aline, sempre presente em momentos importantes da minha vida. Ao meu orientador Carlos Patricio Samanez e aos demais professores da Comissão Examinadora pelos conhecimentos transmitidos.

Aos amigos Aquiles Poletti, Administrador do BNDES; e, Roberto Hollmann, Engenheiro da Petrobras e colega de Mestrado, pela generosidade na troca de conhecimentos.

À Secretária do Mestrado, Érica da Hora, pela sua dedicação aos assuntos acadêmicos.

Por fim, ao BNDES, pelo financiamento integral a este Curso de Mestrado.

## **Resumo**

Cardoso, Samuel de Oliveira; Samanez, Carlos Patrício. **Análise de Investimento de Capital na Indústria Brasileira de papel e celulose por meio da Teoria das Opções Reais: O Caso da Fibria Celulose S. A.** Rio de Janeiro, 2014. 148p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho tem como objetivo final a verificação da aplicabilidade da Teoria das Opções Reais (TOR) em investimentos de papel e celulose, considerando o Movimento de Reversão à Média (MRM) nos fatores de risco, dado um modelo de gerenciamento de curto prazo, no âmbito de um estudo de caso da Fibria Celulose S.A. para o setor de papel e celulose no Brasil. Nesta dissertação, testa-se a aderência da série histórica de preços da celulose de fibra curta da Fibria, no período entre 2003 e 2013, a um modelo estocástico de reversão à média, sendo este modelo validado para o presente estudo. Uma vez o modelo validado, determinam-se os parâmetros para realização de cálculos e análises fundamentais para se chegar aos objetivos intermediários, etapa preliminar aos resultados do objetivo final. Dentre os cálculos e análises citados, ressaltam-se: determinação dos VPLs dinâmicos e os valores das Opções Reais europeias sequenciais para a Simulação de Monte Carlo com Processo Neutro ao Risco; construção e análise da Árvore Binomial com Processo Neutro ao Risco; construção e análise das Regiões de Gatilho para preços e lucros marginais em um Processo Real; comparação das Regiões de Gatilho com as determinadas pelas Árvores Binomiais. Assim, com tais análises, confirma-se, nesta dissertação, a aplicabilidade da Teoria das Opções Reais na Análise de Investimento no setor celulósico-papeleiro.

## **Palavras-chave**

Celulose e papel; opções reais; processos estocásticos; reversão à média; simulação de Monte Carlo; método binomial.

## **Abstract**

Cardoso, Samuel de Oliveira; Samanez, Carlos Patrício (Advisor). **Analysis of Capital Investment in the Brazilian pulp and paper industry by means of the Real Options Theory: The case of Fibria Celulose S. A.** Rio de Janeiro, 2014. 148p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The present work has the ultimate purpose of verifying the applicability of the Real Options Theory in the pulp and paper investment, considering the Mean Reversion Movement in the risk factors, given a short-term management model, within a study of Fibria Celulose S.A. for the pulp and paper industry in Brazil. This dissertation tests the adherence of Fibria's short fiber pulp historical price series, between 2003 and 2013 to a stochastic mean reversion model, being this model validated in the present study. Once the model is validated, the parameters for calculations and fundamental analyzes are determined to reach intermediate goals, preliminary step to the results of the final goal. Among the cited calculations and analyzes, it is emphasized: determination of dynamic NPVs and values of the sequential European Real Options for the Monte Carlo Simulation with Risk Neutral Process; construction and analysis of the Binomial Tree with Risk Neutral Process; construction and analysis of the Trigger Regions for prices and marginal profits in a Real Case; Comparison between Trigger Regions and those determined by the Binomial Trees. So with such analyzes, it is confirmed, in this work, the applicability of the Real Option Theory on Investment Analysis in pulp and paper industry.

## **Keywords**

Pulp and Paper; Real Options; Stochastic Process; Mean Reversion; Monte Carlo Simulation; Binomial Method.

## Sumário

1. Introdução	13
1.1. Posicionamento Acadêmico da Dissertação	15
1.2. Estrutura da Dissertação	15
1.3. Relevância do Estudo	17
1.4. Aspectos Metodológicos	18
1.5. Definição do Problema e dos Objetivos	18
1.5.1. Problema Investigado	19
1.5.2. Objetivos Intermediários	19
1.5.3. Objetivo Final	20
2. Cadeia Produtiva e Outros Aspectos Setoriais do Setor de Celulose e Papel	21
2.1. Cadeia Produtiva de Papel e Celulose	21
2.1.1. Etapa Florestal	23
2.1.2. Etapa Industrial	25
2.2. Outros Aspectos Setoriais	28
2.2.1. Fibria Celulose S/A	30
3. Referencial Teórico	33
3.1. Teoria das Opções Reais	33
3.1.1. Tipos de Opções	35
3.2. Processos Estocásticos	39
3.2.1. Processo de Markov	41
3.2.2. Processo de Wiener	41
3.2.3. Processo de Itô	43
3.2.4. Movimento Geométrico Browniano (MGB)	43
3.2.5. Movimento de Reversão à Média (MRM)	46
3.2.6. Validação dos Processos Estocásticos	51
3.2.6.1. Teste de Raiz unitária (Dickey-Fuller)	52
3.2.6.2. Teste da Razão de Variância	55
3.2.7. Modelos de Precificação das Opções	56
3.2.7.1. Modelo de Black e Scholes	56
3.2.7.2. Modelo Binomial	59
3.2.7.3. Simulação de Monte Carlo (SMC)	63
4. Metodologia, Aplicações e Resultados	68
4.1. Opções Reais e Fibria S/A	70
4.2. A Fibria	71
4.3. Premissas	71
4.4. Levantamento de Dados	73

4.5. Escolha e Validação do Processo Estocástico	74
4.5.1. Teste de Dickey-Fuller	75
4.5.2. Teste de Razão da Variância	79
4.6. Modelo de Reversão à Média (MRM)	80
4.7. SMC – Processo Neutro ao Risco (MRM)	87
4.8. SMC – Processo Real x Árvore Binomial com Processo Neutro ao Risco (MRM)	91
4.8.1. SMC – Processo Real	92
4.8.2. SMC – Árvore Binomial Neutra ao Risco (MRM)	96
4.8.3. SMC – Comparação das Regiões de Gatilho com os Valores da Árvore Binomial	101
4.9. Aspectos Gerais e Resultados do Estudo de Caso	102
5. Conclusão	106
5.1. Considerações Finais Sobre o Estudo de Caso	106
5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros	108
6. Referências Bibliográficas	109
7. Anexos	114
7.1. Algumas Definições Adicionais na Etapa Industrial do Processo da Celulose	114
7.2. Dados Utilizados	115
7.3. Simulações no @Risk	118
7.3.1. Introdução ao @Risk – Add-In do Microsoft Excel para Simulação e Análise de Riscos	118
7.3.2. Simulações no @Risk – Processo Neutro ao Risco	121
7.3.3. Simulações no @Risk – Processo Real	128

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Etapas do processo fabril da celulose	28
Tabela 2 – Tabela para Árvore Binomial Recombinante (n=3)	60
Tabela 3 – Dados gerais	72
Tabela 4 – Faixas de preço para o Gatilho	93
Tabela 5 – Faixas de lucro para o Gatilho	95
Tabela 6 – Parâmetros para Árvore Binomial	96
Tabela 7 – Caso geral – Tabela Binomial para n = 12	97
Tabela 8 – Análise Binomial Incremental (n = 12) com $P_0 = 479,91$	97
Tabela 9 – Análise das faixas de preços pelo Método Binomial	98

## Lista de figuras

Figura 1 – Evolução das produções brasileiras de celulose e papel	28
Figura 2 – Evolução da produção mensal de celulose	30
Figura 3 – Valor da Flexibilidade: Incerteza e Capacidade de Reagir	35
Figura 4 – Classificação dos Tipos de Opções Reais	36
Figura 5 – Métodos de Resolução de OR	38
Figura 6 – Gráfico Intuitivo sobre o MGB	44
Figura 7 – Gráfico Intuitivo sobre o MRM	47
Figura 8 – Quadro resumo para estimação de parâmetros do MRM	51
Figura 9 – Árvore Binomial Recombinante (n=3)	60
Figura 10 – Inputs, Outputs e Distribuições Probabilísticas	63
Figura 11 – Inputs e Distribuições Probabilísticas no @Risk	64
Figura 12 – Células para os Outputs no @Risk	65
Figura 13 – Outputs e Distribuições Probabilísticas no @Risk	65
Figura 14 – Esquematização das etapas da SMC	67
Figura 15 – Modelo Conceitual para as simulações	70
Figura 16 – Resumo da escolha do processo estocástico	75
Figura 17 – Tela de entrada de Parâmetro do Teste	78
Figura 18 – Teste ADF no EViews 8	78
Figura 19 – Análise de Regressão no EViews 8	81

## Lista de gráficos

Gráfico 1 – Preços deflacionados da celulose de fibra curta	73
Gráfico 2 – Histograma e Estatísticas	74
Gráfico 3 – Ln dos preços deflacionados da celulose de fibra curta	76
Gráfico 4 – Histograma e Estatísticas (Ln)	77
Gráfico 5 – Teste da Razão de Varância para o Ln do preço da Celulose	80
Gráfico 6 – Gráfico de Dispersão e Linha de Tendência Tendência	82
Gráfico 7 – Valoração do Lucro Estocástico – VPL pela TOR (Opção 1)	90
Gráfico 8 – Valoração do Lucro Estocástico – VPL pela TOR (Opção 2)	91
Gráfico 9 – Região das Curvas de Gatilho para os preços	94
Gráfico 10 – Região das Curvas de Gatilho para os lucros	95

## **Símbolos, acrônimos e abreviaturas**

ABRAF - Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas

ABTCP - Associação Brasileira Técnica de Celulose e Papel

ADF - Dickey-Fuller Aumentado

BEKP - *Bleached Eucalyptus Kraft Pulp*

BHKP - *Beached Hardwood Kraft Pulp*

BNDES - Banco Nacional do Desenvolvimento Econômico e Social

BRACELPA - Associação Brasileira de Celulose e Papel

CETESB - Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental

DF - Dickey-Fuller

DJSI - World - Índice *Dow Jones* de Sustentabilidade Global

ECF - *Elemental Chlorine Free*

FCD - Fluxo de Caixa Descontado

FGV - Fundação Getulio Vargas

IBRE - Instituto Brasileiro de Economia

IGP-DI - Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna

INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial

ISE - Índice de Sustentabilidade Empresarial

MAB - Movimento Aritmético Browniano

MGB - Movimento Geométrico Browniano

MMQ - Método dos Mínimos Quadrados

MRM - Movimento de Reversão à Média

NYSE - *New York Stock Exchange*

SGA - Sistemas de Gestão Ambiental

SMC - Simulação de Monte Carlo

TCF – *Totally Chlorine Free*

TIR - Taxa Interna de Retorno

TJLP - Taxa de Juros de Longo Prazo

TOR - Teoria das Opções Reais

VPL - Valor Presente Líquido

# 1 Introdução

A aplicação da Teoria das Opções Reais (TOR) à gestão financeira e de produção das empresas e de projetos tem sido apontada nos meios acadêmico e empresariais como importante ferramenta no processo decisório dos gestores, eliminando ou reduzindo os impactos negativos de eventuais subjetividades não captadas pelos métodos tradicionais de avaliação, como o do VPL com abordagem estática.

Ressalta-se que os métodos tradicionais não capturam as flexibilidades e as incertezas intrínsecas a diferentes planos de investimentos, haja vista a passividade destes métodos frente a acontecimentos futuros. Estes métodos, geralmente, partem de modelos determinísticos – modelos estáticos – caracterizados pela aplicação direta de valores ou de fórmulas tipo “receita de bolo”. Nestes modelos, a saída é calculada a partir das condições iniciais e dos operadores de entrada.

A avaliação determinística predominou durante muitos anos em várias ciências, como a física, a biologia, a engenharia, a matemática e a economia. Contudo, desde o início do século XX, muitos cientistas começaram a aprofundar os seus estudos com avaliações estocásticas<sup>1</sup>, ou seja, avaliações que consideram a existência de caminhos aleatórios e suas distribuições de probabilidades, como forma de caracterizar os fatores de incerteza intrínsecos a diversos tipos de fenômenos naturais. Neste sentido, destacam-se trabalhos em física quântica, em engenharia e nas ciências exatas. Mais recentemente, a economia e as finanças incorporaram essa abordagem, dando origem à chamada Teoria das Opções Reais (TOR), que será objeto de aplicação nesta dissertação.

Na abordagem estocástica, há um tratamento específico para as distribuições probabilísticas, as quais denotam o componente aleatório de muitos fenômenos.

---

<sup>1</sup> A avaliação estocástica, conceitualmente, baseia-se na premissa de que, independente do fenômeno, objeto de mensuração, sempre haverá algum grau de incerteza subjacente a este.

Conforme Haykin (2004), em modelos estocásticos lineares, a relação entre os valores passados e os valores presentes dá-se através da seguinte relação genérica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Combinação linear} \\ \text{dos valores passados} \\ \text{e presentes da entrada} \\ \text{do modelo} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Valores presentes da} \\ \text{saída do modelo} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Combinação linear} \\ \text{dos valores passados} \\ \text{da saída do modelo} \end{array} \right\}$$

Dentre os processos estocásticos que serão definidos e aplicados nesta dissertação (Capítulo 3), destaca-se o do Movimento de Reversão à Média (MRM<sup>2</sup>). Conforme a literatura especializada aponta, o MRM é muito utilizado na modelagem de *commodities*, tais como a celulose, objeto deste estudo, o qual será validado por meio da análise de regressão dos logaritmos naturais da série histórica dos preços deflacionados da celulose de fibra curta, e procedendo-se ao uso do Teste de Dickey-Fuller aumentado (Capítulo 4). Também muito importante nos estudos relacionados a esta dissertação e nas finanças é o Movimento Geométrico Browniano (MGB), e os processos estocásticos de Markov, de Wiener e de Itô. Dessa forma, serão apresentados neste trabalho, pois contêm importantes pressupostos teóricos necessários ao entendimento do assunto.

Ressalta-se que a análise por Opções Reais, a qual apresenta diversos ferramentais, é muito influenciada pela escolha adequada do processo estocástico que define os fatores de risco. Muitas vezes, na operacionalização desta análise, recorre-se aos métodos numéricos<sup>3</sup>, incluindo a simulação para a incorporação das diferentes incertezas, propiciando, assim, um caráter dinâmico a esta análise. Projetos industriais, como este, são concebidos em ambientes de grandes incertezas técnica e econômica.

A TOR busca incorporar algumas características comuns aos projetos de investimento, tais como: irreversibilidade, controle do tempo de exercício de uma opção (flexibilidade gerencial) e a combinação das incertezas dos projetos. Portanto, na análise dinâmica de um investimento, associada ao seu exercício ou

---

<sup>2</sup> Este processo possui comportamento de reversão em direção à média de longo prazo. Assim, no longo prazo, o preço, verificado a qualquer instante, converge a uma média que se encontra no ponto de equilíbrio do mercado.

<sup>3</sup> Métodos sem soluções analíticas.

não, este deve ser realizado apenas se o conjunto de todas as condições envolvidas se desenhar como propício ao investidor. Esta afirmação, apesar de óbvia, apresenta, do ponto de vista matemático, um desenvolvimento bem mais complexo.

Didaticamente, define-se uma Opção Real como uma “flexibilidade” que confere “um valor adicional” a determinado empreendimento. Muitas vezes, a maiores volatilidades dos ativos correspondem maiores valores das flexibilidades.

Na abordagem da TOR, o VPL apresenta caráter dinâmico, haja vista que as Opções Reais explicitam a incerteza e consideram a ação ótima (de exercício ou não destas opções) em cada cenário. Já os modelos tradicionais de avaliação possuem um caráter estático, como o do fluxo de caixa descontado, no qual as avaliações são realizadas considerando apenas o valor esperado. Estes conceitos são tratados, com maior detalhamento, no Capítulo 3 da dissertação.

### **1.1. Posicionamento acadêmico da dissertação**

Esta dissertação situa-se na linha de pesquisa de Análise de Investimentos sob condições de incerteza, considerando o arcabouço teórico dos processos estocásticos e da TOR para modelagem das incertezas.

### **1.2. Estrutura da dissertação**

Na dissertação são consideradas opções europeias sequenciais de compra, de acordo com o proposto no Capítulo 4. Para as análises destas opções, são realizadas simulações de preços, objetivando capturar as principais tendências das oscilações. As simulações deste trabalho subdividem-se em dois tipos diferentes de Processos: a) Neutro ao Risco; e b) Real – os quais, posteriormente, serão definidos. Através do Processo Neutro ao Risco, calculam-se VPL dinâmicos, valoram-se as Opções e determinam-se Árvores Binomiais com MRM; e, do Processo Real, constroem-se as Regiões de Gatilho.

Nos Anexos 7.3.2 e 7.3.3 estão detalhadas as simulações estocásticas desta dissertação, realizadas através do software computacional *@Risk*. A presente dissertação estrutura-se da seguinte forma:

- Capítulo 1 – Engloba a contextualização sobre a abordagem estocástica nas ciências em geral, e a apresentação de conceitos introdutórios de processos estocásticos e de Opções Reais. Além disso, explicita os seguintes tópicos da dissertação: posicionamento acadêmico, estrutura, relevância do estudo, aspectos metodológicos, definição do problema e dos objetivos.
- Capítulo 2 – Disserta sobre os aspectos básicos da cadeia produtiva do setor de celulose e papel, realizando a caracterização setorial das etapas florestal e industrial, e posicionando, nos cenários nacional e internacional, a empresa Fibria Celulose S/A, maior produtora mundial de celulose branqueada de fibra curta de eucalipto.
- Capítulo 3 – Realiza-se, neste capítulo, o embasamento teórico dos conceitos de processos estocásticos e de Opções Reais (revisão da literatura) através de um levantamento bibliográfico sobre o estado da arte no assunto, através da revisão bibliográfica de livros, sites, teses e dissertações e artigos científicos sobre assuntos diretamente relacionados aos objetivos da dissertação.
- Capítulo 4 – Abrange a descrição das premissas, dos procedimentos metodológicos e dos ferramentais da revisão de literatura aplicados no desenvolvimento do estudo de caso. No item 4.9 deste capítulo, consolidam-se os aspectos gerais deste estudo, bem como os seus resultados são apresentados e interpretados.
- Capítulo 5 – Apresenta-se uma breve discussão acerca da TOR e dos resultados mais relevantes do estudo de caso, à luz do referencial teórico e das limitações apontadas. A partir desta discussão, chega-se à conclusão deste trabalho. Por fim, neste capítulo, fornecem-se recomendações para futuras pesquisas nesta temática, considerando o estudo de caso e os resultados obtidos.
- Capítulo 6 – Registram-se as referências bibliográficas, voltadas, especialmente, para a revisão da literatura.
- Capítulo 7 – Contém os Anexos, responsáveis por complementar e/ou aprofundar as seguintes informações da dissertação: a) definições adicionais sobre a etapa industrial da celulose; b) tabela com os dados da

série histórica de preços para o período 2003 – 2013; e c) os resultados de todas as simulações realizadas no software *@Risk* para esta dissertação.

- Em relação à questão setorial e demais subdivisões, o estudo de caso apresentado nesta dissertação delimita-se da seguinte forma:
  - SETOR: Papel e celulose.
  - SEGMENTO: Celulose de fibra curta de mercado.
  - EMPRESA: Fibria S/A (maior *player* mundial em celulose de mercado).
  - TEMPO: Os dados da pesquisa abrangem o período 2003 – 2013.

### 1.3.

#### **Relevância do estudo**

A relevância desta dissertação fundamenta-se em dois aspectos centrais e igualmente importantes:

- O destaque no cenário mundial das empresas brasileiras de celulose e papel, considerando, sobretudo, que neste setor o Brasil tornou-se um dos principais *players* internacionais;
- Dada a importância do setor para a economia nacional, são importantes os estudos acadêmicos que auxiliem na compreensão dos processos decisórios de investimento de capital no setor, principalmente a aplicação dos métodos e abordagens que permitam capturar as flexibilidades inerentes a esses investimentos, e incorporem e modelem de modo mais realista e eficiente os fatores de risco;
- A importância de se estudar métodos de análise de investimentos de capital em um setor composto por 220 empresas com atividades em 540 municípios localizados em 18 estados, gerando 128 mil empregos diretos e 640 mil empregos indiretos e, que, em 2013, totalizou exportações de US\$ 6,7 bilhões, com saldo de US\$ 4,7 bilhões na balança comercial do país.

#### **1.4. Aspectos metodológicos**

Esta dissertação, no que tange aos seus aspectos metodológicos, baseia-se em: levantamento bibliográfico, modelagem dos dados da série histórica para validação do processo estocástico apropriado, cálculo dos parâmetros representativos do processo estocástico, aplicação correta das equações estocásticas, definição dos *inputs*, realização das simulações no *@Risk*, análise dos *outputs* e dos gráficos e diagramas gerados, confrontação de informações e apresentação de conclusões de caráter generalista através do estudo de caso proposto. O aprofundamento dos Aspectos Metodológicos e dos procedimentos do estudo de caso encontra-se no Capítulo 4 da dissertação.

#### **1.5. Definição do problema e dos objetivos**

A definição do problema investigado, primeiramente, perpassa pelo entendimento da hipótese norteadora<sup>4</sup> da pesquisa e possui relação intrínseca com os seus objetivos.

Essa hipótese baseia-se na suposição de estacionariedade da série de preços estudada. Assim, no estudo de caso, verifica-se que a série segue um caminho auto-regressivo (caminho no qual os valores de períodos passados podem ser usados como estimadores para os valores futuros). O fato de a correlação calculada ser praticamente nula, ajuda a corroborar o enunciado da hipótese norteadora, mas não é suficiente para garanti-la, como será verificado no Capítulo 4 deste trabalho. Contudo, esta hipótese só é plenamente aceita quando se realizam os testes de estacionariedade para verificar a aderência a um processo de MRM.

Nas pesquisas em geral, os objetivos dividem-se em: intermediários e finais. Os objetivos finais só são respondidos quando, preliminarmente, os intermediários são identificados e analisados para posterior obtenção destas respostas.

---

<sup>4</sup> É uma afirmação, de natureza empírica e bastante provável, que exprime um considerável potencial de solução para um problema pré-estabelecido.

### **1.5.1. Problema investigado**

Nesta dissertação, investiga-se a aderência do MRM às séries de preços da *commodity* celulose, bem como a aplicabilidade para os investimentos neste setor dos ferramentais da TOR. Tudo isso será aplicado a um estudo de caso, que é especificado e detalhado no Capítulo 4.

Em relação à aplicabilidade dos ferramentais da TOR, busca-se uma resposta para as seguintes questões centrais:

- Como as flexibilidades podem ser capturadas?
- A metodologia de Opções Reais aplica-se ao setor de papel e celulose para um modelo de gerenciamento de curto prazo com um processo estocástico de MRM?

### **1.5.2. Objetivos intermediários**

Os objetivos intermediários são os seguintes, considerando a aderência do MRM aos investimentos de papel e celulose:

- Determinação dos VPLs dinâmicos e os valores das opções reais européias sequenciais para a Simulação de Monte Carlo (SMC) com Processo Neutro ao Risco, focando na captura das flexibilidades e incertezas para a tomada de decisões gerenciais financeiras e de produção;
- Construção e análise da Árvore Binomial com Processo Neutro ao Risco;
- Construção e análise das Regiões de Gatilho para preços e lucros marginais, em um Processo Real, para a tomada de decisões gerenciais financeiras e de produção;
- Comparação das Regiões de Gatilho com as determinadas pelas Árvores Binomiais.

### **1.5.3. Objetivo final**

O objetivo final da dissertação é a verificação da aplicabilidade da TOR em investimentos de papel e celulose, com MRM nos fatores de risco, dado um modelo de gerenciamento de curto prazo (12 meses), e considerando um estudo de caso da empresa Fibria Celulose S/A. Ressalta-se que a correta interpretação dos objetivos intermediários conduz ao entendimento do objetivo final, cuja resposta é a solução do problema investigado. Ao final, também são analisadas outras possibilidades de aplicações em Opções Reais para este setor.

## 2

## **Cadeia produtiva e outros aspectos setoriais do setor de celulose e papel**

### **2.1.**

#### **Cadeia produtiva de papel e celulose**

A cadeia produtiva do papel e celulose envolve a etapas florestal (mudas → madeira) e industrial (madeira → celulose e/ou madeira → celulose → papel). No âmbito do processo de transformação e considerando a etapa florestal como referência, a montante da cadeia produtiva encontram-se as atividades de produção de mudas (como, por exemplo, o melhoramento genético) e a jusante a fabricação de celulose e/ou papel.

Assim, as empresas de papel e celulose gerenciam os seus ativos florestais para poderem fornecer a sua matéria-prima (madeira), a ser transformada em celulose e/ou papel (produtos finais) na etapa industrial. Geralmente, estas indústrias concentram-se nas proximidades dos seus ativos florestais. A indústria<sup>1</sup> de papel e celulose brasileira caracteriza-se pelo elevado grau de investimento com longa maturação.

No Brasil, as condições climáticas favoráveis e a tecnologia florestal, altamente desenvolvida no setor, geram vantagens competitivas, elevando, assim, os coeficientes de produção da celulose e reduzindo os seus custos.

Ressalta-se que as grandes empresas do setor apresentam a sua cadeia produtiva integrada, atuando desde a exploração florestal até a comercialização dos seus produtos finais, que podem ser pastas celulósicas e/ou papéis, dependendo da atuação da empresa.

De acordo com o Relatório Estatístico da Associação Brasileira de Celulose e Papel (BRACELPA) – 2012/2013, os usos finais dos produtos deste setor subdividem-se em quatro tipos: papéis para uso gráfico, papéis de embalagem, papéis para fins sanitários e papéis especiais.

---

<sup>1</sup> Neste sentido, deve-se entender indústria como um conjunto de empresas que se dedicam a um mesmo tipo de atividade ou que estão intimamente relacionadas.

O setor celulósico-papeleiro apresenta, na etapa florestal, significativos riscos ambientais ao ecossistema local. Além disso, as indústrias de papel e celulose exigem uso intensivo de energia e de água, tendo, assim, grande potencial de geração de impactos ambientais negativos sobre a água, o ar e os solos, pois geram grande vazão de efluentes na produção da celulose.

Para mitigação e/ou compensação dos impactos ambientais adversos, verificados em toda sua cadeia produtiva, o setor incorre em elevados custos, que, portanto, incluem-se no processo produtivo desta indústria. A não aplicação de mecanismos mitigatórios e/ou compensatórios pode até inviabilizar o negócio neste setor.

Considerando as alternativas locacionais de um empreendimento de celulose, devem ser observadas as seguintes variáveis: a) proximidade das unidades florestais das unidades fabris; b) existência de ferrovias e hidrovias nos complexos industriais-florestais; c) proximidade de portos para escoamento da produção de celulose, especialmente nas empresas com grandes volumes de exportação; e d) disponibilidade de mão-de-obra.

Nos últimos anos, dada a redução dos valores de aquisição de terras em alguns estados brasileiros, tem se verificado o deslocamento de projetos de celulose do tradicional eixo sul-sudeste para estes estados. Novos e importantes projetos estão sendo implantados nos estados de Mato Grosso do Sul (MS), Maranhão (MA) e Piauí (PI), segundo Biazus (2010).

As certificações socioambientais são utilizadas neste setor como instrumentos de melhoria da gestão socioambiental no âmbito de toda a sua cadeia produtiva. As principais certificações são: a ISO 14001 para Sistemas de Gestão Ambiental (SGA) nas etapas florestal e industrial e as certificações florestais (“selos verdes”) na etapa florestal.

### 2.1.1. Etapa florestal

A silvicultura (plantio de florestas de eucalipto<sup>2</sup> e/ou de pinus<sup>3</sup> para fins comerciais) abrange diferentes setores da economia, como celulose e papel, a indústria moveleira e a siderurgia (carvão vegetal para fabricação de ferro gusa).

O processo produtivo brasileiro de papel e celulose inicia-se no reflorestamento para fins comerciais com as florestas plantadas<sup>4</sup> (não nativas). A silvicultura para a indústria celulósico-papeleira subdivide-se, basicamente, em 3 etapas:

- produção de mudas em viveiros;
- plantio das mudas; e
- colheita da madeira.

A produção de mudas em viveiros é significativamente mais intensiva, em termos de tecnologia e gestão do conhecimento, do que as demais etapas. O setor de celulose é um dos que mais tem contribuído nas pesquisas de melhoramentos genéticos no Brasil, além de fomentar outras tecnologias para o aumento da produtividade florestal. O plantio das mudas requer muita mão-de-obra, necessária também para as atividades de manutenção, como as capinações e as fertilizações. Já a colheita, menos intensiva em mão-de-obra, é realizada através de grandes colheitadeiras.

Na silvicultura brasileira, cada vez mais avançam as plantações de eucalipto (eucaliptocultura), impulsionadas pela expansão da indústria celulósico-papeleira, que tem apresentado taxas de crescimento bastante consistentes nos últimos anos.

---

<sup>2</sup>Eucalipto é o nome genérico de vegetal do gênero das Angiospermas, *Eucalyptus Spp*, que possui mais de 700 espécies diferentes e é originário da Austrália e da Indonésia.

<sup>3</sup> Pinus é o nome genérico de vegetal do gênero das Gimnospermas, *Pinus Spp*, sendo mais conhecido no país como “pinheiro”. Por ser originário das florestas do hemisfério norte, apresenta boa adaptação ao clima do sul do Brasil.

<sup>4</sup>Nas florestas plantadas, as árvores, cultivadas em áreas específicas e com alta tecnologia florestal, são colhidas como matérias-primas para o uso industrial.

Segundo a Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas (ABRAF), o Brasil totalizou, em 2012, cerca de 7 milhões de hectares de florestas plantadas, sendo 75% de eucalipto e 25% de pinus. Ainda conforme a ABRAF, as florestas plantadas de eucalipto cobriram, aproximadamente, 4,8 milhões de hectares no Brasil. Deste total, 2,2 milhões de hectares destinaram-se ao setor de papel e celulose. Ressalta-se que a eucaliptocultura pode ser realizada para fornecimento de matéria-prima para outros setores, além do celulósico-papeleiro.

O aumento da produtividade no setor, em suas últimas décadas, tem sido fruto das empresas de papel e celulose investirem intensamente em pesquisas focadas no desenvolvimento de sistemas de manejo florestal<sup>5</sup> e no desenvolvimento biotecnológico. A formação de jardins clonais, selecionados a partir de clones com as características genéticas desejadas, é um exemplo de como o resultado destas pesquisas tem contribuído para o aumento da produtividade<sup>6</sup> no setor. Em 2013, destaca-se que foram concedidas pelo Instituto Nacional da Propriedade Industrial (INPI) à Fibria 18 patentes relacionadas às suas pesquisas biotecnológicas.

No Brasil, o tempo médio para o corte do eucalipto encontra-se no intervalo de 6 a 7 anos, tempo este decorrente da alta produtividade do setor e dos fatores climáticos favoráveis no país.

A produção da celulose requer, para sua viabilidade comercial, grande escala, haja vista os elevados custos do seu processo produtivo na etapa florestal, verificados também na etapa industrial. Isto evidencia que os investimentos em uma planta celulósico-papeleira são irreversíveis, na medida em que uma opção de mudança para outro tipo de negócio torna-se inviável, tendo em vista os elevados custos iniciais de implantação.

---

<sup>5</sup> O termo “manejo” pode ser definido como sendo o tratamento dispensado a um povoamento florestal, o qual interfere nas condições ambientais em prol do desenvolvimento da floresta, ou também, como sendo a administração de uma empresa florestal.

<sup>6</sup> O aumento da produtividade verifica-se nas florestas plantadas em relação a períodos anteriores, pois, cada vez mais, produz-se uma maior quantidade de madeira a partir de uma mesma área de cultivo.

A indústria de celulose brasileira caracteriza-se pela autossuficiência no suprimento da matéria-prima (madeira) em relação às demandas tanto dos mercados interno como externo de papel e celulose. As exportações de celulose são, em sua maior parte, para suprir o mercado externo de celulose branqueada de fibra curta de eucalipto.

Destaca-se que o volume de celulose exportada pelo Brasil, em relação ao total produzido, é bem significativo, sendo, portanto, o preço desta *commodity* influenciado pela renda dos seus principais mercados externos (EUA, Europa e China) e pelas variações cambiais.

### **2.1.2. Etapa industrial**

Considerando as definições do Anexo 7.1, as principais etapas de produção industrial da celulose no processo *Kraft* são:

- Preparação de matérias-primas;
- Deslignificação química;
- Depuração e lavagem;
- Deslignificação com oxigênio;
- Reaproveitamento de resíduos gerados no processo através da utilização de caldeiras de recuperação (Sistema Fechado);
- Branqueamento (consiste em branquear a polpa proveniente da deslignificação com O<sub>2</sub>, objetivando-se atingir o nível de alvura requerido pelo mercado);
- Secagem e enfardamento.

O processo fabril da celulose tem início com o tratamento físico-químico dos cavacos (pedaços) de madeira, cortados em formato e tamanho específicos para o cozimento e a consequente obtenção da fibra de celulose. Após a operação inicial de cozimento ou deslignificação química, a celulose passa pela lavagem, vindo depois a depuração, processo no qual a fibra é submetida à ação de peneiramento – durante a lavagem, as impurezas solúveis são removidas, contudo, para obtenção de uma celulose de alta qualidade, devem-se remover também as impurezas sólidas. A polpa é lavada com o objetivo de se minimizar a perda de

químicos no processo de branqueamento. Depois da depuração e lavagem, segue a deslignificação com oxigênio.

Em seguida, a celulose é branqueada, ou seja, é tratada com produtos químicos que variam conforme a tecnologia de branqueamento utilizada – dióxido de cloro ( $\text{ClO}_2$ ), peróxido de hidrogênio<sup>7</sup> ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ), oxigênio ( $\text{O}_2$ ) e ozônio ( $\text{O}_3$ ) – deixando-a, desse modo, branca. Esta é a etapa com maior potencial de geração de impactos ambientais negativos. A celulose não branqueada, de cor marrom, é usada na produção de papéis para embalagem e papelão.

O dióxido de cloro é o principal agente químico utilizado nos processos de branqueamento de polpa *Kraft*, ditos isentos de cloro elementar<sup>8</sup> (descritos pela sigla em inglês ECF – *Elemental Chlorine Free*).

Existem ainda processos de branqueamento totalmente livres do emprego de cloro (descritos pela sigla TCF – *Totally Chlorine Free*), que envolvem o uso de agentes químicos como o peróxido de hidrogênio, o oxigênio e o ozônio. Como utilizam substâncias pouco reativas<sup>9</sup>, com a exceção do ozônio, os processos de branqueamento TCF são, geralmente, mais indicados para reações químicas que envolvam um conteúdo reduzido de lignina, que, segundo a CETESB (2008), “consiste em uma mistura de substâncias carbonadas, ligadas fisiologicamente à celulose e que, com esta, constitui a parte essencial do tecido lenhoso. Deve ser removida no processo de cozimento porque esta substância representa um tipo de material não celulósico.”

Os agentes químicos usados nos processos TCF apresentam um potencial de impacto ambiental bem reduzido em relação aos dos demais processos, porque geralmente possuem uma vida mais curta do que aqueles utilizados em outras tecnologias, e também porque são livres de cloro, o que evita a formação de organoclorados (CETESB, 2008).

No último estágio do processo de produção, a celulose é novamente peneirada e enviada para a secagem e posterior preparação de fardos de celulose (enfardamento).

---

<sup>7</sup>  $\text{H}_2\text{O}_2$  é conhecido comercialmente como água oxigenada.

<sup>8</sup> Cloro elementar é o cloro no estado gasoso ( $\text{Cl}_2$ ).

<sup>9</sup> Substâncias pouco reativas são aquelas que requerem um maior tempo de contato para que a reação química ocorra.

Segundo informações técnicas da CETESB (2008), há, no processo *kraft*, a recuperação de produtos químicos e de energia do licor negro<sup>10</sup> residual com a reconstituição, no final destas reações, dos produtos químicos formadores do licor branco e com a geração de bioenergia. Como o licor negro é rico em material orgânico de alto poder calorífico, é, portanto, muito utilizado pelas empresas do setor como insumo energético para cogeração de energia.

Após a queima do licor negro, seus constituintes inorgânicos (“*smelt*”) fluem para o fundo da caldeira de recuperação, onde são coletados e dissolvidos com licor branco fraco ou água quente, formando-se o licor verde (solução aquosa de  $\text{Na}_2\text{S} + \text{Na}_2\text{CO}_3$ ), que segue para etapa de recuperação de reagentes. Nesta etapa, ocorre o processo de caustificação, em que ao licor verde é adicionado  $\text{CaO}$ , que reage com  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ , formando o  $\text{NaOH}$ . Esta reação química origina o licor branco forte, acrescido de uma lama calcária, que é calcinada (oxidada a altas temperaturas) para regeneração de  $\text{CaO}$  (que é reutilizado no processo) e consequente liberação de  $\text{CO}_2$ . Após esta série de reações químicas, obtém-se o licor branco regenerado, que retorna ao processo de digestão, fechando o ciclo. Este processo apresenta altas taxas de recuperação de reagentes (CETESB, 2008).

As indústrias de celulose e papel exigem uso intensivo de energia e de água, tendo, portanto, grande potencial de geração de impactos ambientais negativos sobre a água, o ar e os solos. Contudo, muitas empresas deste setor utilizam circuito fechado de águas e caldeiras de combustão de biomassa (resíduo sólido) para cogeração de energia em substituição a outros geradores utilizados à base de combustíveis fósseis como formas de mitigação desses impactos ambientais. Outro aspecto relevante para a mitigação dos impactos negativos sobre a água é o adequado tratamento e monitoramento das águas residuárias.

O processo fabril da celulose pode ser resumido na Tabela 1 a seguir, conforme os seus objetivos:

---

<sup>10</sup> O licor negro é um fluido processual orgânico responsável pela cozedura dos cavacos de madeira.

ETAPA	OBJETIVO
Preparação de Matérias-primas	Preparar os cavacos de madeira para produção de polpa e preparar a biomassa para geração de vapor.
Deslignificação Química	Remover a lignina da madeira utilizando o licor branco (NaOH + Na <sub>2</sub> S) e separar as fibras da madeira produzindo a polpa.
Depuração e Lavagem	Remover as fibras não cozidas e as impurezas da polpa e lavar a polpa para reduzir a perda de químicos no branqueamento.
Deslignificação com Oxigênio	Remover o conteúdo de lignina da polpa que alimenta a planta de branqueamento e enviar a lignina dissolvida de volta ao sistema de recuperação.
Branqueamento	Branquear a polpa proveniente da deslignificação com O <sub>2</sub> , com o objetivo de atingir o nível de alvura requerido pelo mercado.
Secagem e Enfardamento	Remover a água da suspensão de polpa, com o objetivo de manter o conteúdo de umidade em 10%. Preparar os fardos de celulose para estocagem e transporte.

Tabela 1 - Etapas do processo fabril da celulose

Fonte: Elaboração própria a partir do site da Fibria.

## 2.2.

### Outros aspectos setoriais

A indústria de celulose do Brasil é a 4<sup>a</sup> maior do mundo em volume de produção, enquanto a de papel é a 9<sup>a</sup> no *ranking* dos fabricantes mundiais. A produção da celulose de mercado, no Brasil, destinada-se, basicamente, à exportação e a produção de papéis ao mercado doméstico.

A evolução das produções de celulose e papel, no período 2003-13, podem ser observadas na Figura 1 a seguir:

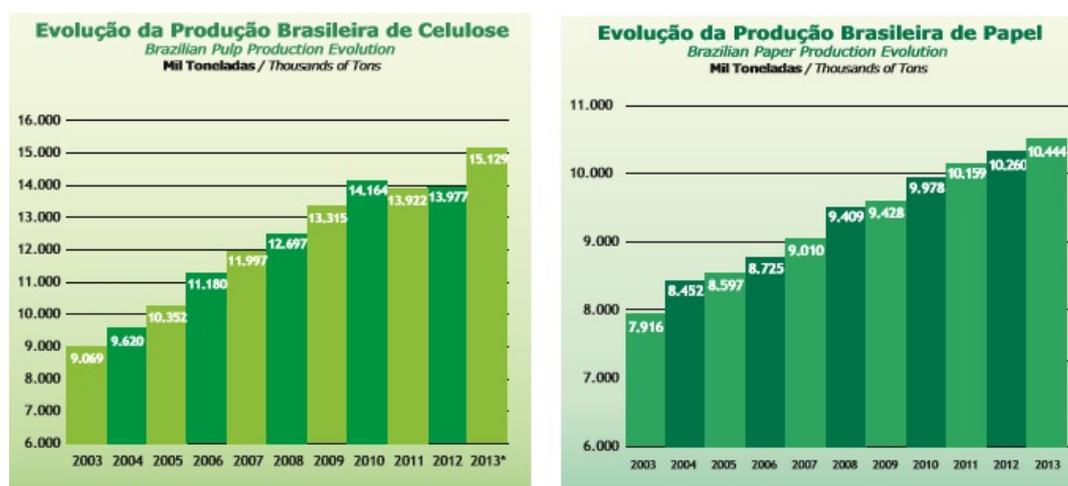


Figura 1 - Evolução das produções brasileiras de celulose e papel

Fonte: BRACELPA.

Segundo a Associação Brasileira Técnica de Celulose e Papel (ABTCP), o setor de celulose e papel é composto por 220 empresas com atividades em 540 municípios, localizados em 18 estados, gerando 128 mil empregos diretos e 640 mil empregos indiretos. Em 2013, totalizou exportações de US\$ 6,7 bilhões, com saldo de US\$ 4,7 bilhões na balança comercial.

Como anteriormente mencionado, no Brasil, as principais fontes de madeira para a produção da celulose são as florestas plantadas de pinus e de eucalipto, responsáveis por cerca de 98% do volume total de madeira produzido. Cabe ressaltar que a celulose pode ser obtida também através de outros tipos de plantas, tais como o babaçu ou através de resíduos agrícolas.

Existem dois tipos de celulose que suprem mercados bastante distintos: celulose de fibra curta e celulose de fibra longa. A adequação de um tipo específico de celulose a um determinado fim depende do tipo de madeira e do processo industrial utilizado na transformação.

A celulose de fibra curta é proveniente de madeira dura, como o eucalipto, sendo geralmente mais adequada à fabricação de papéis mais finos e macios (por exemplo: papéis para imprimir e escrever e para fins sanitários). Outras espécies de árvores de madeira dura são o carvalho e a acácia.

Destaca-se que o Brasil é líder mundial na fabricação de celulose de fibra curta derivada do eucalipto.

As principais empresas brasileiras produtoras de celulose de fibra curta são: Celulose Nipo Brasileira (Cenibra); CMPC Celulose Riograndense; Eldorado Brasil; Fibria Celulose; Iguazu Celulose; International Paper do Brasil; Klabin; Lwarcel Celulose; Suzano Papel e Celulose; e Veracel Celulose.

A celulose de fibra longa origina-se de árvores de madeira macia. A principal característica da celulose de fibra longa é a maior resistência em comparação à de fibra curta. Assim, geralmente a celulose de fibra longa é utilizada para fabricação de papéis mais resistentes, sendo ideal para as embalagens. A madeira macia é obtida de árvores como os pinheiros (madeira de coníferas).

As principais empresas brasileiras produtoras de celulose de fibra longa são: Celulose Irani; Iguazu Celulose; Klabin; MWV Rigesa, Celulose, Papel e Embalagens; Primo Tedesco; e Trombini Embalagens.

A Figura 2, a seguir, mostra a evolução da produção mensal de celulose a partir de Jan/13:

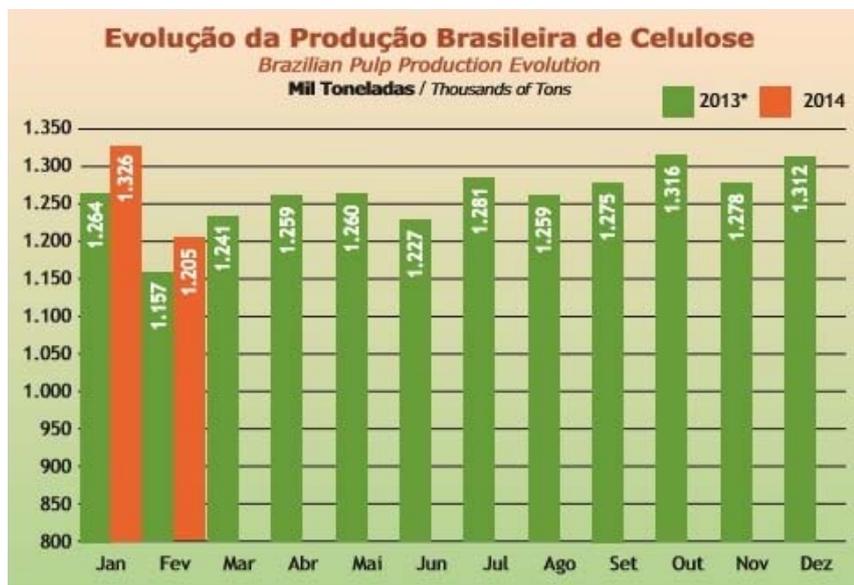


Figura 2 - Evolução da produção mensal de celulose.  
Fonte: BRACELPA.

### 2.2.1. Fibria Celulose S/A

A Fibria Celulose S/A será tratada particularmente neste capítulo, pois enseja o estudo de caso desta dissertação.

A Fibria Celulose S/A é a maior produtora mundial de celulose branqueada de fibra curta de eucalipto (BEKP), com uma produção anual, em 2013, de cerca de 5.300 mil toneladas, correspondendo a 10% do volume mundial de celulose de mercado, a 19% do volume de fibra curta e a 29% da celulose mundial de eucalipto. Esses números fazem da Fibria o maior *player* mundial em celulose de mercado.

Conta com uma grande quantidade de terras próprias para a eucalipto cultura e com 4 unidades industriais para a sua produção, localizadas nos Estados de São Paulo, Mato Grosso do Sul, Espírito Santo e Bahia, esta última uma *joint venture* com a Stora Enso, além de três terminais portuários, incluindo o único especializado em celulose no Brasil. Além disso, pretende expandir a sua capacidade de produção com o projeto de ampliação da unidade localizada em Três Lagoas (MS).

A empresa possui uma área total de aproximadamente 846.282 hectares, dos quais 556.795 hectares (equivalentes a um estoque de 136,4 milhões de m<sup>3</sup> de madeira) representam a sua base florestal de eucalipto, e o restante destina-se a áreas de preservação ambiental.

Ressalta-se que a operação da companhia é integrada e inclui desde a produção da madeira até a distribuição de produtos ao consumidor final. A produção de madeira é também realizada em parceria com produtores rurais, por meio de programas de fomento florestal. Esta integração, aliada a fatores climáticos e tecnológicos, possibilita à Fibria figurar como a empresa de menor custo de produção no cenário mundial.

Em 2013, a empresa demandou cerca de 16,3 milhões de m<sup>3</sup> de madeiras de árvores de eucalipto para produção de celulose em suas fábricas. As vendas de celulose da a Fibria Celulose S/A, em 2013, totalizaram cerca de 5.200 mil toneladas de celulose BEKP, gerando uma receita líquida de vendas de R\$ 6.917 milhões. O lucro bruto representou, aproximadamente, 20% desta receita líquida. Cerca de 91% do total das vendas em 2013 foram destinadas às exportações. A Europa permaneceu como principal destino das exportações, representando 39%, seguida da América do Norte, com 28%, da Ásia, com 24%, e de 9% para outros.

Na empresa, a venda para o segmento de Papéis Sanitários representou 53% do total em 2013, seguida por 30% para Imprimir e Escrever e 17% para Papéis Especiais. Nos últimos anos, a empresa tem concentrado as suas vendas nos mercados de Papéis Sanitários e de Papéis Especiais, pois apresentam menor volatilidade em relação ao mercado de Papéis para Imprimir e Escrever, conforme a sua estratégia de mitigação de riscos financeiros. Os mercados em que a empresa tem concentrado a sua atuação são mais estáveis e possuem maiores taxas de crescimento.

No ano de 2013, o preço médio da celulose (em R\$) aumentou 16% e, assim, a receita líquida da empresa aumentou 12% em relação a 2012. Este aumento de 16% é explicado pela alta de 5% do preço médio da celulose (em US\$), aliado à valorização cambial verificada em 2013.

A produção de celulose, em 2013, foi 1% menor que a do ano anterior, fato este que pode ser explicado pela existência de estoques de celulose formados para terem a “opção de exercício” em um momento futuro, que seja mais oportuno no sentido da maximização do lucro econômico. Outra explicação pode ser a interferência de fenômenos climáticos na produção da madeira. Geralmente, períodos de alta de preços em dólar e/ou valorização cambial coincidem com os de maior lucro em moeda local para setores focados nas exportações de *commodities*. Ressalta-se ainda que o volume de vendas da empresa reduziu-se 3% em comparação ao comercializado no ano anterior.

As ações da Fibria são listadas no Novo Mercado da BM&F da Bovespa, e encerraram o ano de 2013 com alta de 23%, cotadas a R\$ 27,65/ação. Na Bolsa de Valores de Nova York (NYSE), as ações da empresa apresentaram a cotação de US\$ 11,68/ação, com alta de 3% neste ano.

A Fibria participa do Índice de Sustentabilidade Empresarial (ISE), da BM&F da Bovespa. Participa ainda do Índice *Dow Jones* de Sustentabilidade Global (DJSI World) da Bolsa de Valores de Nova York, que destaca as melhores práticas em sustentabilidade corporativa no mundo.

### 3 Referencial teórico

#### 3.1. Teoria das Opções Reais

As opções reais propiciam uma análise das flexibilidades características de determinado projeto para que, conforme esta análise, um gerente tenha um instrumento de tomada de decisões a respeito dos seus ativos reais. Assim, com o surgimento de novas informações, as incertezas sobre os fluxos de caixa vão sendo reduzidas, pois poderão ser modeladas através de processos estocásticos<sup>1</sup> e, portanto, os administradores poderão tomar decisões que impactem positivamente no valor final de um projeto.

Há de se destacar que, cada vez mais, os negócios globais incorporam diversos fatores de risco, sejam eles variáveis macroeconômicas, sejam ainda aqueles relativos às incertezas do empreendimento e/ou do seu setor, tais como as variações de demanda e as flutuações nos preços das *commodities*. Nestes ambientes de negócios, desenham-se, portanto, uma gama de situações relativas a diversos cenários, os quais deverão ser modelados e tratados. Neste sentido, busca-se um critério de escolha para se tomar a melhor decisão com base nas características dos empreendimentos.

Conforme Dias (2014):

*“Opção real é o direito, mas não a obrigação, que um agente possui quando toma decisões sobre um ativo real. Ou seja, opção é o oposto de obrigação, opção é liberdade de escolha, ter opção é ter flexibilidade de escolha na tomada de decisão”.*

A Teoria das Opções Reais (TOR) objetiva, através de metodologias que envolvem processos determinísticos e/ou estocásticos, a mensuração do valor agregado proveniente das flexibilidades para exercício ou não, decorrentes dos movimentos e/ou oscilações que ocorrem em relação aos ativos reais das organizações. A avaliação pela TOR surge da necessidade de as empresas terem

---

<sup>1</sup>Processo estocástico é o que, no decorrer do tempo, segue um caminho aleatório, de acordo com as suas distribuições de probabilidades.

uma ferramenta de avaliação mais robusta para modelagem das incertezas dos negócios (com a utilização de processos estocásticos e simulações), sendo esta uma alternativa mais apropriada em relação aos modelos determinísticos tradicionais de desconto de fluxos de caixa. A TOR é especialmente importante para análise econômica de projetos e decisões de investimento sob incerteza.

Trigeorgis (1996) afirma que, geralmente, os modelos determinísticos tradicionais desconsideram as flexibilidades gerenciais, sendo, portanto, modelos estáticos, pois as escolhas gerenciais associadas aos projetos avaliados por estas metodologias limitam-se às variáveis iniciais, ou seja, não há qualquer simulação de dados e análise das incertezas intrínsecas aos projetos.

Os modelos estocásticos, presentes nas Opções Reais, inferem sobre os fatores estruturais e/ou conjunturais de determinados eventos do mercado, os quais podem, conforme uma distribuição de probabilidades, alterar o valor de um projeto no decorrer do tempo. Assim, a TOR oferece um tratamento apropriado para flexibilidades de expansão, contração, abandono ou adiamento de um projeto de investimento.

De acordo com a TOR, deve-se, primeiramente, verificar a questão da reversibilidade dos investimentos, ou seja, se ele é reversível em outro tipo de investimento ou se é completamente irreversível. Uma questão que se faz sempre presente na TOR é a escolha do melhor momento para realização de um investimento, cuja opção pode ser agora exercida ou ainda adiada por um certo período.

No plano de negócios de uma empresa, a aplicação da TOR apresenta um caráter estratégico, na medida em que as opções estratégicas e o conjunto de suas flexibilidades são avaliados com simulações a partir de diversos cenários. Desta forma, evidencia-se que a estratégia<sup>2</sup> empresarial, por estar inserida em um ambiente de negócios dinâmico e não estático, deve utilizar, o quanto possível, das ferramentas da TOR para definição dos seus principais pontos (TRIGEORGIS, 1996).

---

<sup>2</sup> Conforme Neto e Bekman (2009), estratégia, sob a ótica quantitativa, pode ser vista como “um conjunto de regras de procedimento a serem adotadas em cada uma das situações possíveis de ocorrer durante um processo decisório qualquer”. As estratégias podem considerar análises determinísticas e/ou estocásticas.

Segundo Copeland & Antikarov (2001), uma Opção Real tem mais valor quanto maior a incerteza (probabilidade de receber nova informação relevante) e quanto maior a flexibilidade (capacidade de reagir às mudanças de cenários). A Figura 3, baseada em Copeland & Antikarov (2001), ilustra essa colocação.

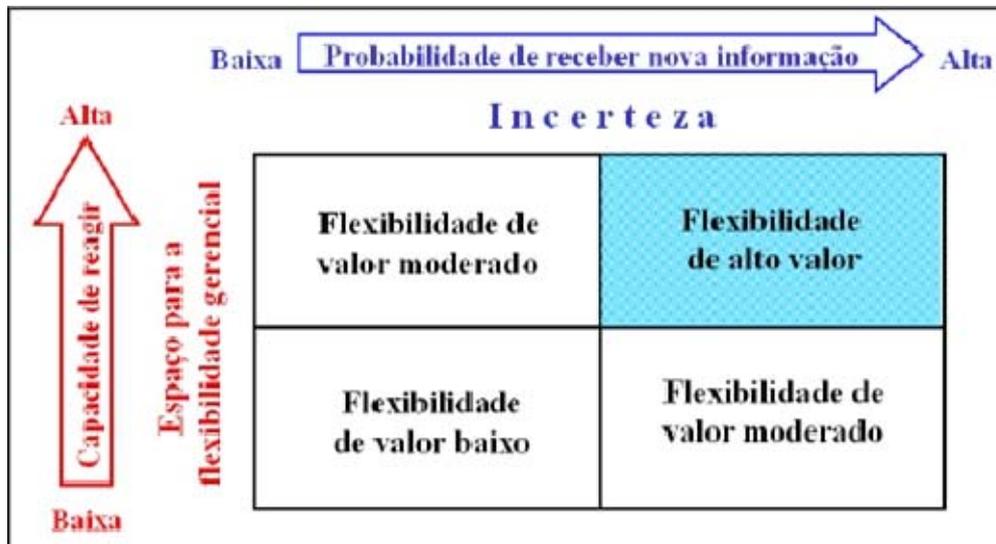


Figura 3 - Valor da Flexibilidade: Incerteza e Capacidade de Reagir  
Fonte: Copeland & Antikarov (2001).

### 3.1.1. Tipos de opções

As Opções subdividem-se em Reais ou Financeiras. O tratamento das Opções Reais deriva-se dos tratamentos desenvolvidos para avaliar as Opções Financeiras, pois o conceito de Opções desenvolveu-se primeiramente no mercado financeiro. Posteriormente, utilizou-se este conceito para avaliação de ativos fixos e/ou projetos empresariais.

Conforme Dias (2014), levando-se em conta a vasta literatura atual de Opções Reais, pode-se dizer que os seus tipos mais analisados são:

- Opção de espera: aguarda melhores condições de mercado ou novas informações e aprende para depois investir;
- Opção de expansão ou de crescimento: mensura os componentes estratégicos do projeto com uma abordagem quantitativa; e
- Opções de parada temporária e de abandono: corresponde a não obrigatoriedade de se seguir um plano de negócios (no todo ou em parte), caso ele deixe de ser lucrativo.

Dias (2014) propõe uma versão mais abrangente dos tipos de Opções Reais, explicitada na Figura 4.

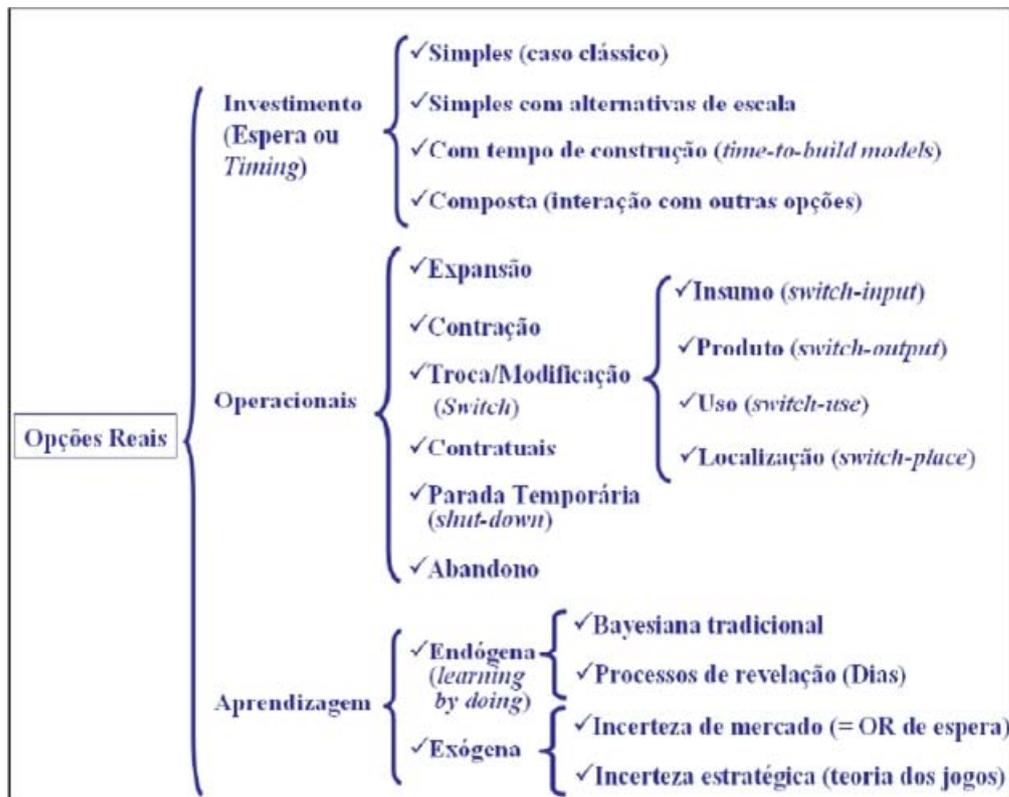


Figura 4 - Classificação dos Tipos de Opções Reais  
Fonte: Dias (2014).

Embora conceitualmente parecidas, as principais diferenças entre as Opções Financeiras e Reais são:

- As Opções Financeiras são negociadas no mercado financeiro e são, geralmente, de curto prazo, nunca apresentando valores negativos, enquanto as Opções Reais podem até serem perpétuas e apresentarem valores negativos.
- As Opções Reais apresentam maior complexidade que as Opções Financeiras, pois apresentam uma maior quantidade de variáveis de incerteza. Além disso, não são negociadas diretamente no mercado financeiro, relacionando-se muitas vezes à avaliação de projetos de investimento de capital.

Uma Opção Financeira define-se com um derivativo, ou seja, é um ativo cujo valor depende de um outro ativo, denominado ativo básico ou subjacente. Uma Opção Financeira é um contrato que dá ao seu titular o direito de exercer ou não o direito de comprar (vender) o ativo subjacente, podendo ser ela de compra (*call option*) ou de venda (*put option*).

Na opção de compra do tipo europeu é concedido o direito de comprar o ativo subjacente em uma certa data, por determinado preço. Na opção de venda do tipo europeu é dado o direito de vender o o ativo subjacente em uma certa data, por um determinado preço.

O preço do contrato é chamado “preço de exercício”, que pode ser exercido de duas formas: a) somente na data de expiração (opção europeia); e b) em qualquer data até a expiração (opção americana), ou seja, nesta modalidade existe a opção de exercício antecipado, que a opção europeia não apresenta. As opções também se subdividem em dois grandes grupos: a) opções em tempo discreto para as variáveis discretas (contáveis); e b) opções em tempo contínuo para as variáveis contínuas (incontáveis).

Para determinação do valor, tanto de opções de compra como de venda, as seguintes variáveis básicas devem ser estabelecidas:

- Preço do ativo básico ou subjacente (S): é o preço de mercado, em um dado momento, em relação ao ativo da opção de compra ou venda;
- Preço de exercício (K): é o preço pelo qual tem-se o direito de comprar (no caso de um opção de compra) ou de vender (no caso de uma opção de venda) o ativo objeto da opção.

Assim, considerando  $C_T$  o valor de compra de uma opção na data de vencimento  $T$ , e  $S_T$  o preço do ativo objeto nessa data, a opção de compra apresenta a seguinte função de remuneração:  $C_T = \text{Max}(S_T - K; 0)$ . Esta opção só tem valor quando  $S_T > K$ .

Analogamente, tem-se que, para uma opção de venda, com  $P_T$  como o valor de venda da opção na data de vencimento  $T$ , verifica-se a seguinte função de remuneração:  $P_T = \text{Max}(K - S_T; 0)$ . Neste caso, a opção tem valor apenas quando  $S_T < K$ .

A opção de compra é muito usada na analogia de uma Opção Real de investir em um ativo, ressalvado o fato de que os ativos subjacentes a estas opções seguem determinados processos estocásticos.

Segundo Trigeorgis (1996), a flexibilidade de produção de um insumo passa a ter um valor agregado mais significativo, conforme os *inputs* e/ou *outputs* sejam incertos, no âmbito de simulações estocásticas.

Na análise pela TOR, destaca-se ainda que um ativo com volatilidade muito baixa não deverá sofrer grandes alterações no seu preço futuro, o que significa um pequeno risco na negociação deste ativo. Assim, um ativo com grande volatilidade deverá sofrer significativas mudanças no seu preço ao longo do tempo. A volatilidade é uma medida das oscilações pelas quais passa um ativo subjacente no decorrer do tempo e pode ser definida como o desvio padrão dos retornos dos logaritmos naturais destes ativos.

Para melhor entendimento das formas de precificação das opções e modelagem do comportamento estocástico das variáveis incertas, serão apresentados, no item 3.2, os principais processos estocásticos utilizados em finanças.

Conforme Dias (2014), a Figura 5 a seguir resume os diversos Métodos de Solução de Opções Reais, dentre os quais este trabalho utilizará o da Simulação de Monte Carlo para Opções Reais (OR) Europeias e o Modelo Binomial.

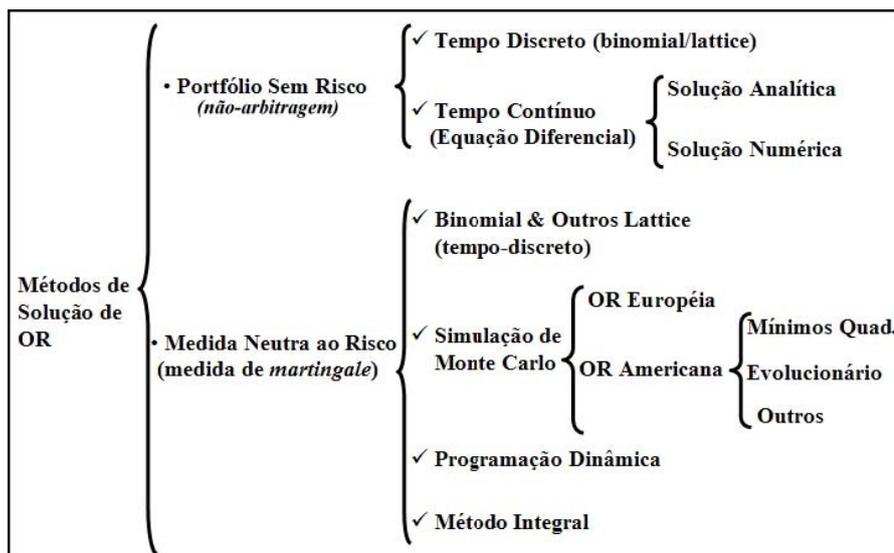


Figura 5 - Métodos de Resolução de OR  
Fonte: Dias (2014).

Outro aspecto que merece destaque em Opções Reais é que há uma relação intrínseca entre o valor de uma opção e o “gatilho” ou regra de decisão, que explicita o valor crítico da opção ( $V^*$ ), ou seja, o valor a partir do qual se deve exercer uma opção. Graficamente, é um valor que se encontra acima do “*break-even*” ( $VPL=0$ ) e abaixo do ponto máximo do VPL. Quando uma opção de valor  $V$  está “*deep-in the money*”, então seu valor é igual ao VPL decorrente do exercício imediato ( $V \geq V^*$ ). Caso contrário, deve-se esperar.

Conforme Dias (2014), “a TOR considera as incertezas e as opções (flexibilidades gerenciais) relevantes, respondendo a duas questões estratégicas para as empresas: a) o valor da oportunidade de investimento (valor da opção); e b) a regra de decisão ótima (gatilho).”

As Opções Reais ensinam escolhas típicas de problemas de otimização, como, por exemplo, a maximização da função objetivo VPL, calculada através de escolhas aderentes a um gerenciamento ótimo das flexibilidades gerenciais, sujeitas a restrições gerenciais ou legais e a incertezas técnicas e de mercado.

No escopo da análise tradicional, recorre-se frequentemente à metodologia do FCD (Fluxo de Caixa Descontado), a qual estabelece procedimentos para o cálculo do VPL através do desconto dos fluxos de caixa esperados a uma taxa ajustada ao risco de mercado do projeto ( $\mu$ ). Em tempo discreto, tem-se a seguinte relação, sob a ótica da expectativa:

$$VPL = \sum_{K=0}^N \frac{E[FC_K]}{(1 + \mu)^K},$$

sendo:  $N$  o número de períodos e  $E[FC_K]$  o valor esperado do fluxo de caixa líquido em cada período  $K$ . Em tempo contínuo utiliza-se  $e^{-\mu k}$  como fator de desconto.

### **3.2. Processos estocásticos**

Processo estocástico é o que, no decorrer do tempo, segue um caminho aleatório, de acordo com as suas distribuições de probabilidades (leis com propriedades probabilísticas). Consiste em uma sequência de eventos regidos por estas distribuições.

As variáveis estocásticas são, normalmente, denotadas com  $(\sim)$  para se destacar que não seguem processos determinísticos, tal como denotado pela seguinte variável:  $\tilde{X}_t$ , definida por sua distribuição de probabilidades no decorrer de um tempo ( $t$ ). Um processo estocástico  $Y$ , a partir de uma variável  $\tilde{X}_t$ , pode ser assim denotado:  $Y = \{\tilde{X}_t, t \in T\}$ , representando, assim, um conjunto de variáveis aleatórias definidas para um mesmo espaço de probabilidade.

As variáveis estocásticas possuem um termo que representa uma média esperada (termo *drift*) e um termo aleatório ou variável (termo de volatilidade).

Um processo estocástico pode ser em tempo discreto ou em tempo contínuo, conforme apresente variável discreta ( $T$  conjunto contável) ou contínua ( $T$  conjunto incontável), respectivamente.

Em relação aos seus parâmetros, os processos estocásticos podem ser ainda classificados como:

- Estacionários – quando as propriedades estatísticas (média e variância) das variáveis são constantes ao longo do tempo;
- Não-estacionários – quando o valor esperado pode crescer indefinidamente.

A maioria dos problemas reais modelam-se através de processos estocásticos em tempo contínuo. Contudo, os processos em tempo contínuo, que demandam de técnicas de resolução mais avançadas, podem ser aproximados através de modelos discretos, tais como o modelo binomial.

Como exemplos de variáveis estocásticas temos os preços e as quantidades demandadas de certas *commodities*, como o petróleo e a celulose. Considerando a avaliação por Opções Reais, objetiva-se a correta modelagem das variáveis estocásticas e fatores de risco envolvidos na avaliação.

Conforme Dias (2014), os processos estocásticos mais relevantes para aplicações às finanças são: Movimento Geométrico Browniano (MGB); o Movimento de Reversão à Média (MRM); e o Movimento de Saltos ou Processo de Poisson. Segundo Bastian-Pinto (2009), os processos de reversão à média são utilizados, geralmente, para modelagem do comportamento de *commodities*, tais como a celulose, objeto deste trabalho.

Ressalta-se que, ao contrário do MGB, o MRM é um processo que não apresenta uma taxa de crescimento constante, tendo em vista o seu comportamento reversivo em direção à média.

Nas seções a seguir serão apresentados os Processos de *Markov*, de *Wiener* e de Itô, pois estes contêm premissas necessárias ao entendimento dos processos estocásticos mais relevantes em finanças, e o utilizado nesta dissertação (MRM).

### 3.2.1. Processo de *Markov*

Processo de *Markov* é um tipo de processo estocástico no qual apenas o valor corrente de uma variável é relevante para prever seu valor futuro (“processo sem memória”). Portanto, a estimativa para o instante seguinte é feita unicamente com base na última informação disponível, e não no histórico (*Dixit&Pindyck*, 1994).

Assim, por exemplo, de acordo com este processo, o preço atual de uma ação pode sintetizar todo o seu histórico de preços. Neste sentido, o caminho seguido por uma variável estocástica  $\tilde{X}_t$  não apresenta nenhuma relevância, de maneira que este conceito pode ser expresso, em termos probabilísticos, através da seguinte relação matemática:

$$\text{Prob}(\tilde{X}_{t+1} | \tilde{X}_0 = x_0, \tilde{X}_1 = x_1, \tilde{X}_2 = x_2, \dots, \tilde{X}_t = x_t) = \text{Prob}(\tilde{X}_{t+1} | \tilde{X}_t = x_t)$$

### 3.2.2. Processo de *Wiener*

O processo de *Wiener* ou Movimento *Browniano*, um dos processos estocásticos mais utilizados em Finanças, é um caso particular do processo de *Markov*. É um processo em tempo contínuo e possui três propriedades básicas:

- Tratando-se de um processo “markoviano”, necessita, para previsão do valor futuro de uma dada variável, apenas da distribuição de probabilidades do valor atual desta variável;
- As variações dos intervalos de tempo são independentes entre si, ou seja, este processo possui incrementos independentes;

- Estando em tempo contínuo e em um intervalo de tempo finito, segue uma Distribuição Normal com parâmetros dependentes apenas do intervalo de tempo considerado.

Considerando  $z(t)$  segue um Processo de *Wiener*, então qualquer variação de  $z$  ( $\Delta z$ ) em um dado intervalo  $\Delta t$ , obedece às seguintes condições:

- $\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$ , onde  $\varepsilon_t \sim \text{Normal}(0,1)$ ; e
- $E[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0$ , para todo  $t \neq s$ .

Portanto, como  $\Delta z$  segue uma Distribuição Normal, temos:

- Média:  $E(\Delta z) = E(\varepsilon_t \sqrt{\Delta t}) = \sqrt{\Delta t} \cdot E(\varepsilon_t) = 0$ ; e
- Variância:  $\text{Var}(\Delta z) = \text{Var}(\varepsilon_t \sqrt{\Delta t}) = \Delta t \cdot \text{Var}(\varepsilon_t) = \Delta t \cdot 1 = \Delta t$ .

Um Processo de Wiener Generalizado (Movimento Browniano com *drift*) apresenta a seguinte equação estocástica em tempo contínuo, conforme *Dixit & Pindyck* (1994):

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \quad (1),$$

onde  $\alpha$  é o *drift*,  $\sigma$  é a volatilidade e  $dz \sim N(0,1)$ .

Portanto, como  $\alpha$  e  $\sigma$  são constantes e  $dx$  segue uma distribuição normal, temos os seguintes parâmetros:

- Média:  $E[dx] = E[\alpha dt + \sigma dz] = E[\alpha dt] + E[\sigma dz] = \alpha \cdot E[dt] + \sigma \cdot E[dz] = \alpha dt + \sigma \cdot 0 = \alpha dt$
- Variância:  $\text{Var}[dx] = E[(dx - E(dx))^2] = E[(dx - \alpha dt)^2] = E[(\alpha dt + \sigma dz - \alpha dt)^2] = E[(\sigma dz)^2] = \sigma^2 dz^2 = \sigma^2 dt$ .

Dias (2014), denomina ainda este processo como Movimento Aritmético Browniano (MAB).

### 3.2.3. Processo de Itô

Segundo *Dixit & Pindyck* (1994), o processo de Itô, conhecido como Movimento Browniano Generalizado, possui a seguinte equação estocástica em tempo contínuo, análoga à Equação 1:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (2), \text{ onde:}$$

$x$  = valor da variável aleatória no instante  $t$ ;

$dt$  = variação instantânea do tempo;

$a(x, t)$  = tendência instantânea do Processo de Itô;

$b(x, t)$  = volatilidade para  $dx$  no instante  $t$ ;

$dz$  = incremento de *Wiener*, com média zero e variância  $dt$ .

O processo de Itô possui as seguintes propriedades estatísticas, com demonstrações análogas às da seção 3.2.2, como segue:

- $E[dx] = a(x, t)dt$
- $\text{Var}[dx] = b^2(x, t)dt$

### 3.2.4. Movimento Geométrico Browniano (MGB)

O Movimento Geométrico Browniano (MGB) é um caso particular do processo de Itô. Normalmente, é utilizado para modelar preços de ações, e alguns preços de produtos e ativos financeiros em geral. No MGB, verifica-se uma tendência de distanciamento do seu ponto de partida original, não sendo esta uma característica desejável para os preços de *commodities* em geral.

A sua equação estocástica para uma variável  $X$  em um dado intervalo de tempo contínuo,  $dt$ , é representada por:

$$dX = \alpha X dt + \sigma X dz \text{ ou } \frac{dX}{X} = \alpha dt + \sigma dz \quad (3), \text{ onde:}$$

$X$  = valor da variável aleatória no instante  $t$ ;

$\alpha$  = *drift*;

$dt$  = variação instantânea do tempo;

$\sigma$  = volatilidade;

$dz$  = incremento de *Wiener*.

O MGB é um processo conveniente para variáveis com crescimento exponencial, taxa média  $\alpha$  e volatilidade  $\sigma$  constante.

Possui as seguintes propriedades estatísticas:

- $E[ X (t) ] = X_0 e^{\alpha t}$
- $\text{Var}[ X (t) ] = X_0^2 e^{2\alpha t} (e^{\sigma^2 t} - 1)$

A Figura 6 apresenta uma visão intuitiva sobre o MGB:

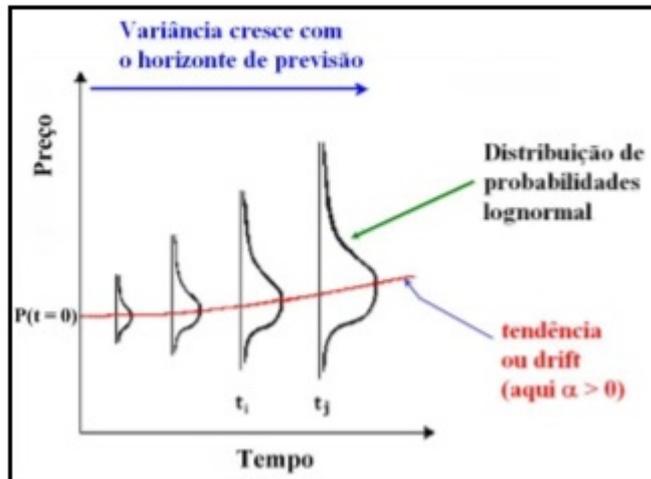


Figura 6 - Gráfico Intuitivo sobre o MGB  
Fonte: Dias (2014).

No MGB pode-se verificar uma tendência de crescimento ou de queda exponencial. Conforme a Figura 6, os preços seguem, no decorrer do tempo, uma Distribuição Lognormal.

Segundo Bastian-Pinto (2009), o MGB não é o método mais conveniente para projetos que dependam de preços geralmente situados em torno de uma média de longo prazo (para a maioria das *commodities* não financeiras o MGB não é o método mais adequado), pois o MGB pode resultar, nestes casos, em valores demasiadamente elevados.

O primeiro passo para se proceder à simulação de um processo estocástico consiste em se obter uma equação discretizada, a qual é representativa do processo estocástico em questão, escrevendo-se  $X_t$  em função de  $X_{t-1}$ , dado um  $\Delta t$  (intervalo de tempo entre as observações do processo estocástico).

No caso particular do MGB, a equação discretizada é, conforme Dias (2014):

$$X_t = X_{t-1} \exp \left[ \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \cdot N(0,1) \sqrt{\Delta t} \right] \quad (4)$$

Considerando um processo neutro ao risco<sup>3</sup>, subtrai-se o valor do prêmio de risco ( $\pi$ ) do valor do *drift*  $\alpha$  (Dias, 2014):

$$X_t = X_{t-1} \exp \left[ \left( \alpha - \pi - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \cdot N(0,1) \sqrt{\Delta t} \right] \quad (5)$$

É importante ressaltar que, para simulação dos preços futuros de  $X$ , deve-se buscar uma fórmula recursiva para o MGB. Dias (2014), sugere a utilização de logaritmos neperianos para melhor se analisar o comportamento de uma série de preços a serem simulados.

Assim, considerando  $X_t = \ln(x_t)$  e ainda aplicando esta relação na Equação (4) para fins de parametrização da equação estocástica discretizada, verifica-se a seguinte igualdade:

$$\ln(x_t) - \ln(x_{t-1}) = \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \cdot N(0,1) \sqrt{\Delta t} \quad (6)$$

Neste processo estocástico, temos:

- A variância pode ser medida através da seguinte relação matemática:

$$\text{Var}[\ln(x_t) - \ln(x_{t-1})] = \text{Var}[\sigma \cdot N(0,1) \sqrt{\Delta t}] = \sigma^2 \Delta t$$

- Com a relação anterior, tem-se que a volatilidade obedece a seguinte relação:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{Var}[\ln(x_t) - \ln(x_{t-1})]}{\Delta t}}$$

- $E[\ln(x_t) - \ln(x_{t-1})] = E\left[\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) \Delta t\right] = \alpha \Delta t - \frac{\sigma^2}{2} \Delta t$
- O *drift* é  $\alpha = \frac{E[\ln(x_t) - \ln(x_{t-1})]}{\Delta t} + \frac{\sigma^2}{2}$

<sup>3</sup> Um processo é neutralizado ao risco, alterando-se a sua tendência através da utilização de um *drift* neutro ao risco.

### 3.2.5. Movimento de Reversão à Média (MRM)

O Movimento de Reversão à Média (MRM), em linhas gerais, é um processo markoviano no qual a direção, a intensidade e a volatilidade de uma variável estocástica dependem, basicamente, do seu ponto atual em uma série de dados. No caso das *commodities* aderentes ao modelo MRM, observa-se, no longo prazo, que o seu preço atual deve reverter a uma média de equilíbrio de mercado (preço médio de longo prazo).

Conforme o MRM, se o preço da celulose, por exemplo, estiver em um ponto superior ou inferior ao ponto de equilíbrio (preço médio de longo prazo), as forças de mercado agirão para que os preços retornem ao seu nível de equilíbrio. Este raciocínio apresenta bastante similaridade ao da lógica microeconômica, presente no balanço da lei de oferta e demanda. Dias (2014), ressalta, ainda, que os mecanismos de mercado possuem uma força de reversão análoga à verificada em uma mola: “a força de reversão é mais forte quanto mais longe estiver um determinado preço do seu nível de equilíbrio.”

O MRM é um caso particular do Processo de Itô. Conforme desenvolvido por *Dixit&Pindyck* (1994), tem-se a seguinte equação do MRM (Equação 7) para o processo de fator único de *Ornstein-Uhlenbeck*<sup>4</sup>(MRM de O-U):

$$dX = \eta(\bar{X} - X)dt + \sigma dz \quad (7), \text{ onde:}$$

$X$  = logaritmo neperiano (ln) da variável estocástica  $x$  ( $X = \ln(x)$ )

$\eta$  = velocidade de reversão à média de longo prazo da variável estocástica  $x$

$\bar{X}$  = ln da média de longo prazo da variável estocástica  $x$

$$\left( \bar{X} = \ln(\bar{x}) \right)$$

$\sigma$  = volatilidade da variável estocástica  $x$ ;

$dz$  = incremento de *Wiener*(possui média zero e variância  $dt$ ).

---

<sup>4</sup> Este modelo é o mais simples dentre os modelos de MRM, pois facilita o entendimento do comportamento da variável estocástica ao se analisar, como uma nova variável estocástica, o seu logaritmo neperiano. Também é conhecido como Movimento Aritmético de Reversão à Média.

A maior parte dos especialistas argumenta que, para a grande maioria das *commodities*, é melhor utilizar modelos de MRM do que MGB para simular os seus preços. Contudo, muitas vezes a velocidade de reversão é baixa e a identificação de modelos aderentes ao MRM em séries temporais apresenta algumas dificuldades. Portanto, conforme os testes estatísticos que serão vistos posteriormente, não é trivial a rejeição da hipótese de que os preços seguem um MGB.

A Figura 7 apresenta uma visualização da ideia geral do MRM, anteriormente discutida, mostrando as propriedades deste processo estocástico, considerando que, para uma série de preços, cuja variável estocástica é  $P$  ( $x = \ln[P]$ ), verifica-se um modelo de MRM de O-U com as seguintes distribuições de probabilidade:  $x \sim \text{Normal}$  e  $P \sim \text{Lognormal}$ .

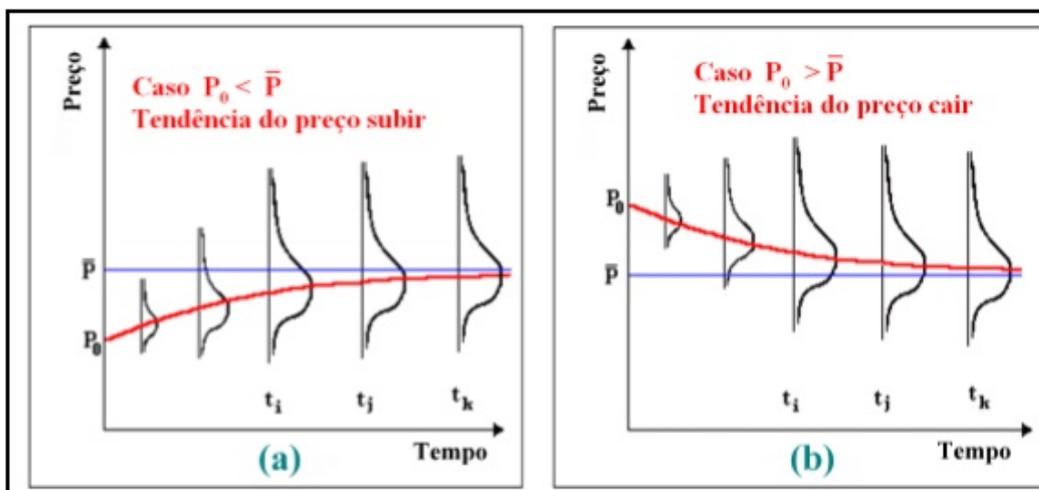


Figura 7 - Gráfico Intuitivo sobre o MRM.  
Fonte: Dias (2014).

Como verificado na Figura 7, para se atingir o nível de equilíbrio ( $\bar{P}$ ), as curvas de preços podem ser crescentes ou decrescentes, dependendo apenas do fato de o preço corrente ( $P_0$ ) estar abaixo ou acima de ( $\bar{P}$ ). Verifica-se também que os preços seguem uma Distribuição Lognormal e possuem comportamento assintótico. Portanto,  $x = \ln[P] \Rightarrow P = e^x$ , o que garante preços sempre com valores positivos.

No MRM, quanto maior a distância da variável estocástica  $X$  do seu valor esperado  $\bar{X}$ , mais provável é que ela retorne a este nível ( $\bar{X}$ ).

Segundo *Dixit & Pindyck* (1994), para o MRM, no instante  $T$  verificam-se as seguintes relações para os parâmetros:

- $E[X] = \bar{X} + (X_0 - \bar{X})e^{-\eta T}$
- $Var[X] = (1 - e^{-2\eta T})\sigma^2 / 2\eta$

Com base nestas propriedades e para valores muito elevados de  $T$  ( $T \rightarrow \infty$ ), observa-se que o valor esperado converge para a média de longo prazo ( $\bar{X}$ ), e a variância para  $\sigma^2 / 2\eta$ . Ressalta-se que a variância do MRM difere daquela do MGB, pelo fato desta última ser ilimitada.

Merece destaque ainda o conceito de *half-life* (meia vida da reversão), utilizado para mensuração da lentidão de um processo estocástico em um modelo de MRM. Sejam  $H$  a meia vida, objeto da avaliação gerencial, e  $\eta$  a velocidade de reversão, temos a seguinte relação (DIAS, 2014):

$$H = \frac{\ln(2)}{\eta}$$

Para simulação do MRM, considerando um  $\Delta t$  estipulado, deve-se obter a equação discretizada, a qual sempre apresenta, no modelo estocástico, uma relação recursiva, ou seja, é uma relação que traduz  $X_t$  em função de  $X_{t-1}$ .

Considerando a seguinte relação entre as Distribuições de Probabilidade das variáveis estocásticas  $x(x \geq 0)$  e  $X: x \sim \text{Lognormal} \Leftrightarrow X = \ln(x) \sim \text{Normal}$ , tem-se a Equação (8), que segue o MRM para  $X$  em tempo discreto (Dias, 2014):

$$X_t = X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \quad (8)$$

Para simulação de uma variável estocástica  $x_t \sim \text{Lognormal}$ , considerando  $E(x_t) = \exp[E(X_t)]$  e também a combinação da Equação 8 com a relação  $x_t = \exp[X_t - 0,5 \cdot \text{Var}(X_t)]$ , obtém-se, portanto, a seguinte equação discretizada:

$$x_t = \exp \left\{ \begin{array}{l} \ln[x_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \ln[\bar{x}](1 - e^{-\eta\Delta t}) \\ - \left[ (1 - e^{-2\eta\Delta t}) \frac{\sigma^2}{4\eta} \right] + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \end{array} \right\} \quad (9)$$

As discretizações, presentes nas Equações (8 e 9), são independentes do intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) considerado.

Na equação (9), o primeiro e o segundo termos demonstram a tendência, por exemplo, de uma série de preços ( $x_t$ ), sendo estes termos, respectivamente, o valor inicial ( $x_{t-1}$ ) e a média de longo prazo ( $\bar{x}$ ). O terceiro termo representa o ajuste do nível de convexidade (ou de não linearidade) de uma série histórica de preços, para capturar os efeitos não lineares desta série na variável estocástica ( $x_t$ ). Estas três primeiras parcelas são determinísticas, contudo, a quarta é estocástica, caracterizada pela Distribuição Normal Padrão, através da qual podem ser realizadas as simulações estocásticas, como a de Monte Carlo.

Esta interpretação dos termos da Equação (9) é análoga à interpretação dos termos da Equação (8), ressalvado o fato de que esta última não apresenta a parcela relativa ao ajuste de convexidade.

Ambas as Equações (8 e 9) podem ser reescritas, considerando-se um ambiente “neutro ao risco”. Levando-se em conta este ambiente e, conforme Dias (2014), das médias de longo prazo ( $\bar{X}$  e  $\ln[\bar{x}]$ , respectivamente), subtrai-se um “prêmio normalizado”  $\frac{(\mu-r)}{\eta}$ , sendo  $\mu$  a taxa ajustada ao risco e  $r$  a taxa livre de risco.

Assim, em uma abordagem neutra ao risco<sup>5</sup>, temos as equações (10 e 11) a seguir, obtidas através do ajuste já descrito, realizado, respectivamente, nas Equações anteriores (8 e 9):

$$X_t = X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \left[ \bar{X} - \frac{(\mu-r)}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} N(0,1) \quad (10)$$

$$x_t = \exp \left\{ \begin{array}{l} \ln[x_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \left[ \ln[\bar{x}] - \frac{(\mu-r)}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) \\ - \left[ (1 - e^{-2\eta\Delta t}) \frac{\sigma^2}{4\eta} \right] + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} N(0,1) \end{array} \right\} \quad (11)$$

<sup>5</sup> Neutralidade ao risco não pode ser entendida como risco ignorado. Contrariamente ao conceito de aversão ao risco, segue um modelo que tem como premissa básica a ausência de arbitragem. Trata-se de um artifício matemático que permite usar a taxa livre de risco como taxa de desconto.

Para discretização no MRM, primeiramente devem ser calculados os parâmetros da Equação 7: volatilidade ( $\sigma$ ), velocidade de reversão à média ( $\eta$ ) e média de longo prazo ( $\bar{X} = \ln(\bar{x})$ ), valores estes que deverão ser aplicados nas Equações (8, 9, 10 e 11), de modo que as equações estocásticas estejam prontas para serem objetos de simulações estocásticas.

Quando, por exemplo, considera-se uma série histórica de preços e deseja-se estimar os parâmetros:  $\sigma$ ,  $\eta$  e  $\bar{X}$ , geralmente, utiliza-se a regressão linear sobre esta série, pois, com este ferramental estatístico, reduz-se o erro quadrático médio.

Conforme Bastian-Pinto (2009) e Dias (2014), e considerando que, no instante  $T$ ,  $E[X] = \bar{X} + (X_0 - \bar{X})e^{-\eta T}$ , e que determinada trajetória segue um MRM em tempo discreto, verifica-se, portanto, a seguinte relação:

$$X_t = \bar{X} + (X_{t-1} - \bar{X})e^{-\eta\Delta t} = \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + X_{t-1}e^{-\eta\Delta t}$$

Para realização da regressão linear, considera-se o erro da série e subtrai-se de  $X_{t-1}$  os dois membros da relação anterior. Assim, esta relação fica reescrita através da seguinte da Equação (12) a seguir:

$$X_t - X_{t-1} = \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + X_{t-1}(e^{-\eta\Delta t} - 1) + \varepsilon_t \quad (12)$$

Ressalta-se que a Equação (8) nos fornece uma medida para tempo discreto de um processo auto-regressivo de ordem 1 (AR(1)<sup>6</sup>) da equação (12).

Substituindo  $X_t = \ln(x_t)$  e  $\bar{X} = \ln(\bar{x})$  na equação (12), tem-se:

$$\ln(x_t) - \ln(x_{t-1}) = \ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = \ln(\bar{x})(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \ln(x_{t-1})(e^{-\eta\Delta t} - 1) + \varepsilon_t \quad (13)$$

---

<sup>6</sup> Se  $X_t$ ,  $t \in Z$ , é um processo auto-regressivo de ordem  $p$ , então  $X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$ , onde  $X_t$  é o valor a ser previsto;  $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p$  são os coeficientes; e  $E(\varepsilon_t) = 0$  e  $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ . Um caso particular de grande relevância é o do processo auto-regressivo de ordem 1:  $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ .

Considerando a Equação 13, e que  $a$  e  $b$  são constantes que satisfazem a seguinte igualdade:  $\ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = a + (b-1) \cdot \ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t$ , então a velocidade de reversão à média é dada por  $\eta = -\ln(b)/\Delta t$  e a média de longo prazo por  $\bar{x} = \exp\left(-\frac{a}{(b-1)}\right)$ .

A volatilidade ( $\sigma$ ), obtém-se, considerando a variância dos erros da regressão ( $\sigma_\varepsilon^2$ ) e  $Var[X] = (1 - e^{-2\eta T})\sigma^2/2\eta$ , no instante  $T$ .

$$\text{Portanto, } \sigma_\varepsilon^2 = (1 - e^{-2\eta\Delta t})\sigma^2/2\eta \Rightarrow \sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(b)}{(b^2 - 1)\Delta t}}.$$

A Figura 8 apresenta um resumo das equações para estimar os parâmetros:

Parâmetro estimado	Fórmula
Velocidade de reversão	$\eta = -\ln(b)/\Delta t$
Volatilidade	$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(b)}{(b^2 - 1)\Delta t}}$
Média de longo prazo	$\bar{x} = \exp\left(-\frac{a}{(b-1)}\right)$

Figura 8 - Quadro resumo para estimação de parâmetros do MRM.  
Fonte: Nascimento (2012).

### 3.2.6. Validação dos Processos Estocásticos

A aplicação da Teoria das Opções Reais depende fortemente do processo estocástico que seguem as séries de preços estudadas.

Em linhas gerais, pode-se dizer que o MGB difere do MRM quanto à dependência dos valores observados em relação a períodos anteriores ao atual, no qual o MGB apresenta-se como um modelo com pouca dependência dos valores passados. Já o MRM depende, para determinação de valores atuais, daqueles observados em períodos anteriores.

Para se avaliar qual dos dois processos encontra maior aderência em relação a um determinado conjunto de dados, devem ser utilizados testes de análise de estacionariedade.

Um processo é dito estacionário (com covariância estacionária) se as suas média e variância forem constantes ao longo do tempo, e o valor da covariância entre dois momentos no tempo depender unicamente da distância entre estes dois períodos. Assim, em uma série estacionária, observa-se que tenderá sempre à sua média de reversão, bem como a sua variância apresentará a mesma amplitude.

As suposições de estacionariedade são as seguintes:

- $E(Y_t)$  é independente do tempo.
- $\text{Var}(Y_t)$  é finita, positiva e constante independentemente do momento do tempo.
- $\text{Cov}(Y_t, Y_s)$  é infinita e depende apenas de  $|t-s|$ .

Nesta dissertação, dois testes poderão ser utilizados no Capítulo 4 para a avaliação da estacionariedade da série ln de preços da celulose de fibra curta: o Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller (pode ser o aumentado) e o Teste da Razão de Variâncias.

### 3.2.6.1.

#### Teste de Raiz Unitária (Dickey-Fuller)

Para entender melhor o uso do teste de raiz unitária para verificação da estacionariedade de um processo estocásticos, serão utilizados dois exemplos clássicos de processos auto-regressivos de ordem 1 (AR(1)), ou seja, processos em que o valor em  $t$  depende do valor em  $t-1$ . Os exemplos serão do modelo “sem” e “com” deslocamento, definido como uma constante adicionada a cada momento do processo.

##### Exemplo 1:

Seja o processo estocástico sem deslocamento  $Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$  em que  $Y_t$  é o valor da série no momento  $t$  e  $u_t$  é ruído branco<sup>7</sup>. Caso  $\rho = 1$ , então  $E(Y_t)$  e  $\text{Var}(Y_t) = \infty$ . Caso  $|\rho| < 1$  então pode-se provar que a série é estacionária.

<sup>7</sup> Normalmente independente, com média 0 e variância  $\sigma^2$ .

**Exemplo 2:**

Seja o processo estocástico com deslocamento  $Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + u_t$ , em que  $\alpha$  é o deslocamento do processo. Caso  $\rho = 1$ , então  $E(Y_t) = Y_t$  e  $Var(Y_t) = \sigma^2$ . Caso  $|\rho| < 1$  então pode-se provar que a série é estacionária.

Portanto, através destes exemplos, verifica-se que a estacionariedade pode ser testada quando obtêm-se valores para  $\rho$ , como o realizado no teste de raiz unitária. O teste de raiz unitária é um dos testes de estacionariedade mais conhecidos e aplicados atualmente.

Neste caso, as hipóteses a serem testadas são:

$H_0: |\rho| = 1$ , a série tem raiz unitária e, portanto, é não estacionária.

$H_1: |\rho| < 1$ , a série não tem raiz unitária e, portanto, é estacionária.

A estatística é dada pelo Teste de Dickey-Fuller (DF):

$$DF = \frac{\hat{\rho} - 1}{EP(\hat{\rho})}$$

No Teste de DF, realiza-se uma regressão através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), modelo em que subtraímos  $Y_{t-1}$  dos dois lados da equação. Neste caso, o parâmetro para  $Y_t$  seria dado por  $(\rho - 1)$  ao invés de  $\rho$ .

Segue a demonstração no caso do modelo sem AR(1) sem deslocamento:

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = \beta Y_{t-1} + u_t$$

Apesar de a estatística do teste poder ser obtida através do método de mínimos quadrados, o p-valor que avalia o teste de que  $\beta = 0$  (o mesmo que testar se  $\rho = 1$ ) não pode ser utilizado. No entanto, sob a hipótese nula, o estimador não segue a estatística t, mesmo em grandes amostras, ou seja, pode-se utilizar o valor da estatística, contudo, o valor da distribuição de comparação para o cálculo do p-valor é outro.

Dickey e Fuller geraram tabelas para a comparação da estatística do teste para os diferentes processos a serem considerados: processo auto-regressivo sem deslocamento e sem tendência, processo auto-regressivo com deslocamento e sem tendência e processo auto-regressivo com deslocamento e com tendência.

O teste de raiz unitária utilizado nesta dissertação foi o teste de Dickey-Fuller aumentado, pois este modelo, ao ser testado, assume maior flexibilidade por permitir que os erros da série sejam correlacionados, adicionando termos de *lags* (defasagens) à variável resposta ( $\Delta Y_t$ ).

Gujarati (2004) define, por exemplo, uma série de preços como estacionária, se “a variância e a auto-covariância (em vários *lags*) são invariantes com o tempo. Esse tipo de série tenderá a retornar para a sua média (reversão à média) e terá uma amplitude praticamente constante.”

A principal vantagem do teste de Dickey-Fuller aumentado em relação ao teste original é que, ao introduzir um número suficiente de defasagens, garante-se que os resíduos não apresentem auto-correlação podendo, assim, acomodar um maior número de processos estocásticos além do AR(1).

Assim, o processo estocástico considerado tem a sua forma geral dada por:

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 t + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i},$$

sendo  $t$  o tempo,  $u_t$  o ruído branco,  $\Delta Y_{t-1} = (Y_{t-1} - Y_{t-2})$ ,  $\Delta Y_{t-2} = (Y_{t-2} - Y_{t-3})$  e, assim, por diante. A estatística do teste aumentado é a mesma do teste  $t$  da regressão e a distribuição é a mesma tabelada para os valores críticos definidos por Dickey e Fuller e que podem ser encontrados em Gujarati (2004).

A definição do *lag* ( $m$ ) é, geralmente, realizada pelos *softwares* estatísticos, que, a partir de um critério de *lag*, normalmente buscam a seguinte minimização:

$$\left( \frac{2k}{n} \right) + \ln \left( \frac{RSS}{n} \right),$$

onde RSS é a soma de quadrados dos resíduos e  $k$  é o número de regressores, incluindo o intercepto.

Como mencionado, nesta dissertação, será utilizado o Teste de Dickey-Fuller aumentado. Para tanto, considera-se a seguinte série, modelo AR(1):

$$x_t - x_{t-1} = a + (b-1)x_{t-1} + \varepsilon_t,$$

sendo  $\varepsilon_t$  um ruído branco. A partir desta série, são levantadas as seguintes hipóteses (nula e alternativa) para aplicação de um teste de hipóteses, utilizado no Teste de Dickey-Fuller aumentado:

$$H_0 : b - 1 = 0$$

$$H_1 : b < 1$$

O Teste da Raiz Unitária de Dickey-Fuller é utilizado para verificação da rejeição da hipótese de um modelo de MGB.

A hipótese nula verifica a presença de alguma raiz unitária em uma série, de forma a não ser estacionária. Já a hipótese alternativa verifica se esta série é estacionária. Para aplicação deste teste e também do Teste da Raiz Unitária, considera-se uma regressão linear por mínimos quadrados para a série que deu origem ao teste de hipóteses, buscando-se a obtenção de uma estatística  $\tau$ . A partir do valor desta estatística, deve-se observar a seguinte relação:

✓ Se  $\tau < \text{valor crítico}$ , então  $H_0$  é rejeitada.

Os valores críticos assintóticos do teste  $\tau$  da Raiz Unitária de Dickey-Fuller com uma constante e tanto os sem como os com tendência temporal podem ser consultados em Gujarati (2004) em tabelas que relacionam os tamanhos da amostra com os níveis de confiança. Estes valores críticos também podem ser obtidos quando os dados são trabalhados por *softwares* estatísticos.

### 3.2.6.2. Teste da Razão de Variância

Segundo Pindyck (1999), o Teste de Razão de Variância é uma metodologia alternativa na investigação de uma série de dados, avaliando-se se ela é aderente ao MGB ou ao MRM.

Conforme visto no Teste da Raiz Unitária de Dickey-Fuller, se uma série é não estacionária, então a variância aumenta com o passar do tempo. Utilizando este argumento como indicador do nível de estacionariedade de um processo estocástico, aplica-se uma metodologia que considera como parâmetro a ser avaliado a estatística ( $RV_k$ ) da razão de variâncias, dada por:

$$RV_k = \frac{1 \text{Var}(Y_{t+k} - Y_t)}{k \text{Var}(Y_{t+1} - Y_t)}$$

Sendo  $k$  o *lag* avaliado.

Se um processo estocástico  $Y_t$  for não estacionário, então  $RV_k$  aumentará linearmente, de acordo com o aumento de  $k$ , chegando próximo ao valor de 1; caso contrário, se o processo for estacionário, ou seja, se os valores revertem-se

para o equilíbrio de longo prazo, então esta razão tenderá a cair chegando a valores próximos de zero.

A aplicação deste teste pode ser dispensada, caso confirme-se, pelo Teste da Raiz Unitária de Dickey-Fuller, que um modelo é aderente ao MRM.

### **3.2.7. Modelos de Precificação das Opções**

A valoração das Opções Financeiras tem se mostrado como um desafio bastante complexo no que tange à aplicação das metodologias mais adequadas, considerando as inúmeras variáveis de incerteza que, atualmente, abrangem a avaliação por Opções. Objetivando uma abordagem mais conceitual, alguns modelos serão apresentados, de forma simplificada, sem grandes formalismos do ponto de vista matemático.

A seguir, será apresentado o Modelo Analítico de Black e Scholes, bem como serão ainda apresentados os Modelos Numéricos<sup>8</sup> Binomial e de Monte Carlo.

#### **3.2.7.1. Modelo de Black e Scholes**

Nos anos 70, Fischer Black e Myron Scholes desenvolveram uma fórmula analítica para precificação de Opções Financeiras do tipo europeu. Esta fórmula foi fundamental no campo das finanças, no que se refere às teorias relacionadas à precificação de ativos.

No modelo de Black & Scholes, consideram-se as seguintes premissas:

- Os preços dos ativos envolvidos seguem uma distribuição lognormal;
- A negociação dos títulos pode ser realizada de forma contínua, podendo estes ainda serem subdivididos;
- Neste modelo não há oportunidade de arbitragem<sup>9</sup>;
- A volatilidade do ativo em questão é constante;

---

<sup>8</sup> São modelos dinâmicos, que não podem ser representados por fórmulas matemáticas e, portanto, não possuem soluções analíticas. São modelos que apresentam soluções numéricas, ou seja, soluções obtidas por aproximações. Exemplos: resoluções de equações diferenciais ordinárias e parciais para descrição do comportamento dinâmico de sistemas físicos através de famílias de curvas obtidas através destas equações.

<sup>9</sup> Arbitragem consiste na possibilidade de se obter lucro no mercado sem risco e sem investimento líquido (sem ter dinheiro), conforme Dias (2014).

- Os investidores podem realizar captação à taxa de juros livre de risco;
- A taxa de juros de curto prazo é a taxa livre de risco.

A fórmula de Black & Scholes depende das seguintes variáveis básicas:

- Preço do ativo básico ou subjacente ( $S$ );
- Preço de exercício da opção ( $X$ );
- Volatilidade do ativo básico ou subjacente (desvio padrão da taxa de retorno ( $\sigma$ ));
- Prazo ao vencimento da opção ( $T-t$ );
- Taxa de juros livre de risco ( $r$ );

As Equações de Black & Scholes sem considerar o pagamento de dividendos ( $\delta = 0$ ), são:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2)$$

$$P = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(d_1)$$

Sendo:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

$N(x) \Rightarrow$  representa a função de probabilidade acumulada para uma variável normal padronizada.

Utilizando um modelo que inclui o pagamento de dividendos ( $\delta \neq 0$ ), tem-se a seguinte fórmula para uma opção de compra (C) europeia:

$$C = Se^{-\delta(T-t)}N(h) - Xe^{-r(T-t)}N\left(h - \sigma\sqrt{(T-t)}\right), \text{ onde :}$$

$$h = \frac{\ln(S/X) + (r - \delta + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

A determinação da volatilidade não é um procedimento trivial, pois é difícil se chegar a um valor exato deste parâmetro, que deve ser estimado entre a data de negociação de uma opção e a do seu vencimento. De acordo com Hull (2002), existem, basicamente, dois métodos para estimação da volatilidade:

- Volatilidade Histórica – são analisadas amostras de dados do passado (séries históricas) e supõe-se que o comportamento dos dados no futuro seguirão estas tendências históricas; e
- Volatilidade Implícita das opções do mercado – considera-se a taxa de variação verificada no mercado em relação ao ativo básico ( $S$ ).

As críticas mais comuns ao Modelo de Black & Scholes são:

- a sua não adequação à realidade em alguns casos, pois as premissas deste modelo analítico devem ser simplificadas para a sua aplicação;
- foi desenvolvido apenas para utilização em opções europeias.

Apesar das simplificações existentes no modelo de Black & Scholes, em parte significativa dos casos, obtém-se um valor próximo ao valor real da opção.

Opções também podem ser resolvidas por Métodos Numéricos, como a Simulação de Monte Carlo (SMC), o Modelo Binomial e por Diferenças Finitas implícitas e explícitas. Já as opções americanas devem ser calculadas através de resoluções numéricas, seja através de equações diferenciais parciais (EDP's) ou por aproximações analíticas que, por exemplo, considerem uma relação tal como: “Opção Americana = Opção Europeia + Prêmio pelo Exercício Antecipado”, relação esta que corrobora o fato de que uma opção americana apresenta mais valor do que uma europeia. Como mencionado, destaca-se que as opções americanas necessitam de instrumentos matemáticos mais sofisticados.

### **3.2.7.2. Modelo Binomial**

Conforme Copeland e Antikarov (2002), o Modelo Binomial recorre à Teoria das Probabilidades para desenvolvimento de uma abordagem com árvores binomiais que objetivam explicitar o apreçamento das opções, empregando técnicas matemáticas mais simples do que as utilizadas na fórmula de Black & Scholes, ou em resoluções numéricas através da discretização das equações diferenciais parciais (EDP's).

Esta abordagem binomial das Opções, utilizando técnicas de matemática discreta, torna mais fáceis e práticas as soluções de problemas de Opções Reais. Este modelo é o mais intuitivo dentre os métodos numéricos de valoração de ativos.

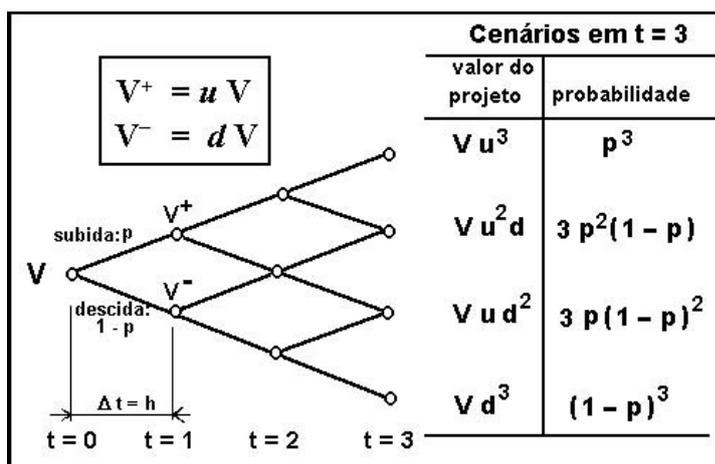
A Árvore Binomial é, basicamente, uma árvore de decisão que explicita diferentes trajetórias que poderão ser seguidas, como, por exemplo, pelo preço de um ativo ao longo do tempo, buscando, assim, capturar o valor desconhecido das flexibilidades intrínsecas ao processo de escolha.

Conforme Dias (2014), com a publicação do artigo de Cox & Ross & Rubinstein (1979), o Método Binomial tornou-se mais utilizado como ferramenta para o cálculo das Opções Reais do tipo americanas. Este método é o que melhor se aplica às opções americanas, sendo mais simples e intuitivo que o método das equações diferenciais, isso porque avalia todas as alterações possíveis através de análises por árvores e capta, de forma mais eficiente, as possibilidades de exercício antecipado.

O Modelo Binomial requer inicialmente a escolha de determinados critérios, denominados fatores de subida e de descida ( $u$  e  $d$ , respectivamente), para que a Árvore Binomial seja uma aproximação discreta de um processo estocástico em tempo contínuo – MGB ou MRM. Considerando  $r$  uma taxa de desconto livre de risco, deve-se observar a seguinte relação:  $d < 1+r < u$  para a não ocorrência de arbitragem.

Destaca-se que uma maneira prática é que  $u$  e  $d$  sejam escolhidos, de forma que suas árvores binomiais recombinem, ou seja, “com que os valores de um cenário após uma subida seguida de uma descida sejam iguais aos valores do cenário de uma descida seguida de uma subida” (Dias, 2014). A recombinação mostra-se eficaz a fim de se evitarem tempos computacionais demasiadamente elevados, os quais são observados nas árvores não-recombinantes.

A Figura 9, para o ativo  $V$ , mostra uma árvore recombinante de três períodos ( $n=3$ ), de maneira que os fatores multiplicativos apresentem a relação  $d = 1/u$ :



Árvore Binomial Recombinante com  $d = 1/u$

Figura 9 - Árvore Binomial Recombinante ( $n=3$ )

Fonte: Dias (2014).

Na Figura 9, tem-se:  $Vu - V$  em movimento de subida e  $Vd - V$  em movimento de descida, sendo  $u$  e  $v$  os fatores multiplicativos que introduzem as suas respectivas tendências. Após “ $n$ ” períodos, uma árvore recombinante apresentará  $n + 1$  cenários; contudo, não sendo recombinante, o número de cenários de uma árvore será igual a  $2n$ . Essa redução de cenários das árvores recombinantes implica na redução dos seus respectivos tempos computacionais.

Para fins de cálculo dos valores através de planilhas, as árvores podem ainda ser apresentadas no formato de tabelas, organizadas de forma decrescente, tendo nas suas primeiras linhas os cenários extremos superiores, como ilustra a Tabela 2, construída a partir da Árvore Binomial anterior (Figura 9):

$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$
$V$	$uV$	$u^2V$	$u^3V$
–	$dV$	$udV$	$u^2dV$
–	–	$d^2V$	$ud^2V$
–	–	–	$d^3V$

Tabela 2 - Tabela para Árvore Binomial Recombinante ( $n=3$ )

Fonte: Elaboração própria.

Garantida a condição de não arbitragem ( $d < 1+r < u$ ), as probabilidades neutras ao risco<sup>10</sup> de subida e de descida do valor do ativo básico ( $V$ ) são, respectivamente,  $p$  e  $(1-p)$ , probabilidades estas que obedecem à seguinte relação:  $pu + (1-p)d = 1+r$ . Assim, deduz-se que:

$$V = \frac{pVu + (1-p)Vd}{1+r}, \text{ sendo } p = \frac{1+r-d}{u-d}$$

Verificam-se ainda as seguintes relações para os valores da opção de compra nos dois cenários, de subida e de descida:

$$Cu = \left[ \frac{pC_{uu} + (1-p)C_{ud}}{1+r} \right] \quad Cd = \left[ \frac{pC_{du} + (1-p)C_{dd}}{1+r} \right]$$

$$Cu = \text{Max}(0, Vu - K) \quad Cd = \text{Max}(0, Vd - K)$$

Em que  $K$  é o preço de exercício da opção, e  $Vu$  e de  $Vd$  são os valores do ativo subjacente nos cenários de subida e descida, respectivamente. Os parâmetros  $u$  e  $d$  podem ser calculados através das seguintes relações:  $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \therefore d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u$ , com  $\Delta t = T/n$ , sendo  $T$  a vida útil da opção e “ $n$ ” o número de períodos em que se deseja estudar os possíveis movimentos do ativo básico.

Nelson e Ramaswany (1990) apresentaram um procedimento metodológico para aproximação do modelo Ornstein-Uhlenbeck para Árvore Binomial recombinante. O modelo proposto por esses autores utiliza uma sequência binomial simples de duração  $\Delta t$  com  $n$  períodos e um horizonte de tempo  $T$ , sendo  $T = n.\Delta t$ .

Para modelagem binomial, segundo o MRM, devem ser estimados os seguintes parâmetros:  $u$ ,  $d$ ,  $p_t$  e  $1-p_t$ , que são, respectivamente, movimento de subida, movimento de descida, e probabilidades de subida e de descida em um período  $t$ :

$$u = x_t^+ \equiv x_{t-1} + \sigma\sqrt{\Delta t}; \quad d = x_t^- \equiv x_{t-1} - \sigma\sqrt{\Delta t}$$

$$p_t \equiv \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta(\bar{x} - x)}{\sigma} \cdot \sqrt{\Delta t}; \quad 1 - p_t$$

<sup>10</sup> No Modelo Binomial, geralmente adota-se uma abordagem neutra ao risco para não haver necessidade de ajuste na taxa de desconto, pois o ajuste é feito nas probabilidades de acréscimo ( $u$ ) e de decréscimo ( $d$ ) através da aplicação da taxa livre de risco  $r$ .

As probabilidades de subida e de descida nas ramificações são obtidas igualando-se a média e a variância do nó binomial com aqueles parâmetros do processo estocástico contínuo, garantindo, assim, a convergência quando  $\Delta t \rightarrow 0$ .

Conforme Bastian Pinto (2009), no MRM, pode-se utilizar a seguinte equação para determinação das restrições nos nós binomiais, a fim de se construir árvores neutras ao risco:

$$p_{x_t} = \text{Max} \left( 0, \text{Min} \left( 1, \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\eta \left[ \left( \bar{x} - \lambda_x / \eta \right) - x_t \right]}{\sigma} \sqrt{\Delta t} \right) \right) \quad (14), \text{ onde:}$$

- $p_{x_t}$  : conjunto de probabilidades que compõem uma Árvore Binomial e estão associadas a uma série preços  $x_t$ .
- $x_t$  : série de preços aderente ao MRM.
- $x_t^+$  e  $x_t^-$  : movimentos de subida e de descida da série de preços  $x_t$ , respectivamente.
- $p_t$  e  $1-p_t$  : probabilidades de subida e de descida da série de preços  $x_t$ , respectivamente.
- $\eta$  : velocidade de reversão à média de  $x_t$ .
- $\bar{x}$  : média de reversão de longo prazo de  $x_t$ .
- $\sigma$  : volatilidade de  $x_t$ .
- $\lambda_x$  : prêmio de risco de  $x_t$ .

### 3.2.7.3. Simulação de Monte Carlo (SMC)

A Simulação de Monte Carlo (SMC), criada durante a Segunda Guerra Mundial, consiste, basicamente, em um processo através do qual desenham-se os possíveis caminhos aleatórios percorridos por uma determinada amostra para modelagem das incertezas. As simulações, no âmbito da SMC para as opções europeias, consideram apenas as datas de expiração, enquanto, nas americanas, simula-se todo o caminho.

Trata-se de um método numérico computacional que utiliza técnicas de amostragem probabilística<sup>11</sup> das distribuições de probabilidade das variáveis de entrada (*inputs*) através de processos de simulação estocástica, gerando, assim, as variáveis de saída (*outputs*), sendo estas representadas por distribuições de probabilidades, como ilustra a Figura 10. Portanto, a SMC, enquanto metodologia estocástica, é bastante eficaz na valoração das incertezas intrínsecas aos processos estocásticos.

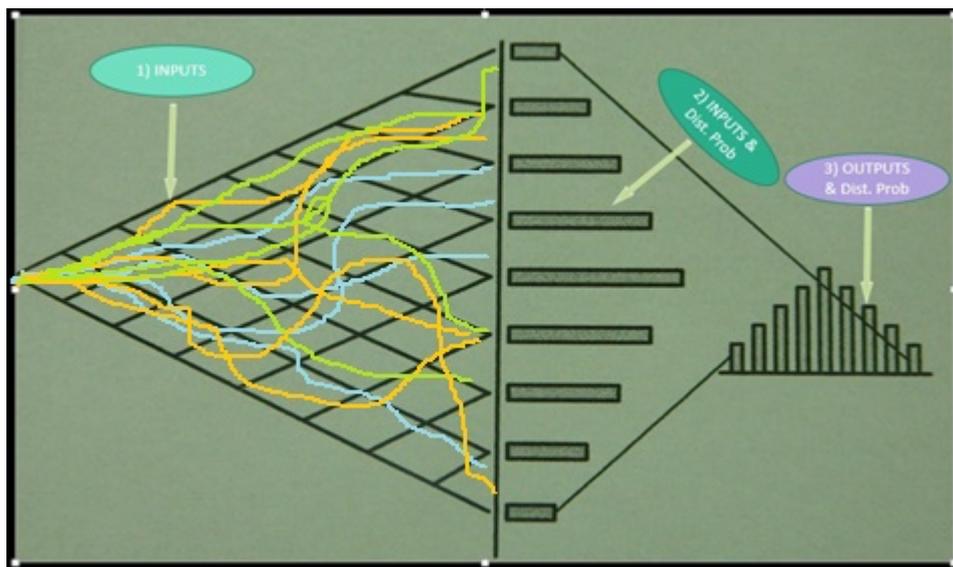


Figura 10 - Inputs, Outputs e Distribuições Probabilísticas.  
Fonte: Kodukula e Papudesu (2006), Adaptado.

Existem dois tipos de simulação: a real e a neutra ao risco. Na real, considera-se o processo para, por exemplo, realizar-se estimativas reais de probabilidade para planejamento, enquanto que, para valoração de opções e derivativos, utiliza-se a simulação neutra ao risco (*drift* neutro ao risco = *drift* real – prêmio de risco). Métodos neutros ao risco, geralmente, combinam tanto incertezas técnicas como de mercado em modelos de Opções Reais e apresentam probabilidades teóricas ou artificiais (probabilidades neutras ao risco, que não são as reais, sendo utilizadas para poder se aplicar a taxa livre de risco como taxa de desconto). Neste trabalho, serão aplicadas tanto as simulações reais como as neutras ao risco.

<sup>11</sup>Procedimento em que todos os elementos da População têm uma probabilidade conhecida e superior a zero de integrar a Amostra.

Nesta dissertação e no contexto do MRM, será analisada uma sequência de Opções Reais europeias para avaliação dos melhores caminhos a fim de valorar as flexibilidades em cada data de decisão (todos os meses ao longo de 12 meses).

Para SMC podem ser utilizados *softwares* comerciais. Nesta dissertação, o *software* utilizado para a simulação do estudo de caso é o *@Risk*<sup>12</sup>.

O *@Risk* realiza simulações de forma integrada ao Excel, e possui funcionalidades para geração de números aleatórios, conforme as distribuições de probabilidades específicas a serem estabelecidas para os *inputs*, como mostra a Figura 11.

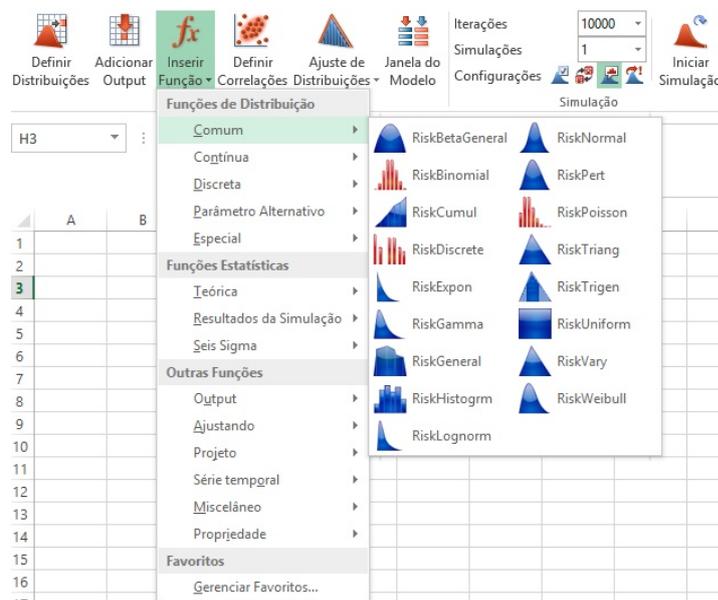


Figura 11 - Inputs e Distribuições Probabilísticas no *@Risk*  
Fonte: Simulador *@Risk* e Excel.

No *@Risk*, a partir da modelagem dos *inputs*, definem-se as fórmulas e as células para os *outputs* (Figura 12):

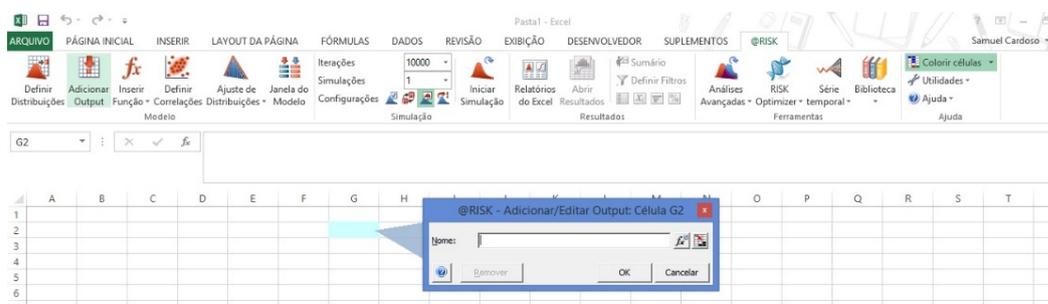


Figura 12 - Células para os Outputs no *@Risk*  
Fonte: Simulador *@Risk* e Excel.

<sup>12</sup> O *@Risk*, *software* produzido pela Palisade, é o *add-in* ou complemento para execução da Simulação de Monte Carlo com o Microsoft Excel.

Após as iterações solicitadas ao @Risk, obtém-se, realizada a simulação, uma distribuição de probabilidades para os *outputs*, como mostra a Figura 13:

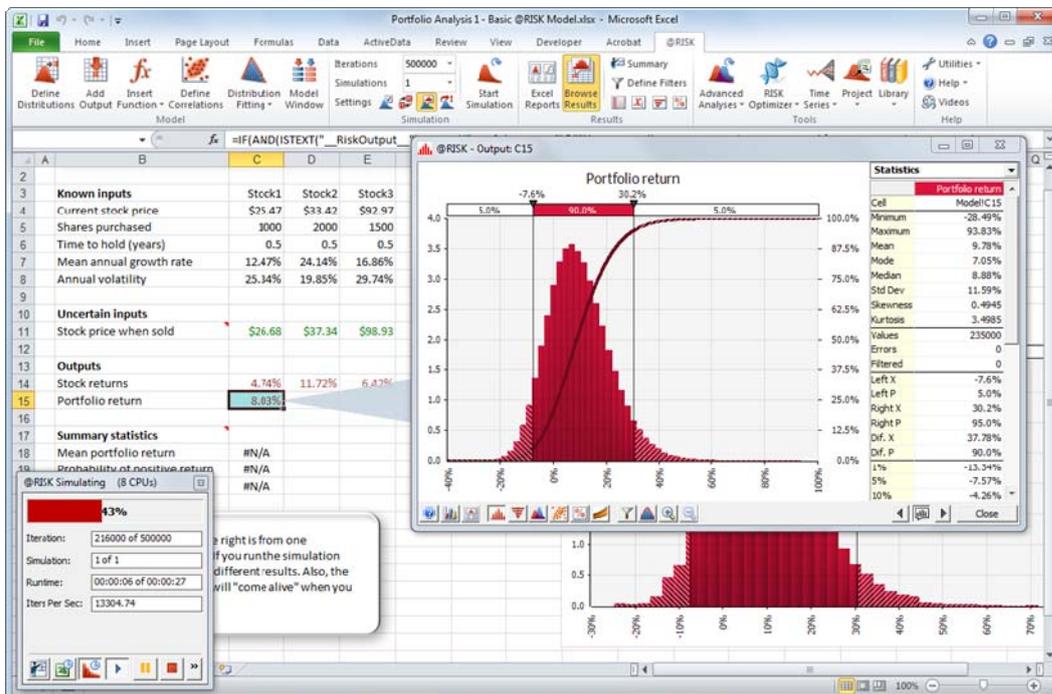


Figura 13 - Outputs e Distribuições Probabilísticas no @Risk

Fonte: <http://www.palisade.com/risk/default.asp>

As distribuições contínuas de probabilidade mais comuns na simulação com @Risk são:

- Distribuição Normal – conhecida também como “curva do sino”. O usuário simplesmente define a média (valor esperado) e um desvio padrão para descrever as variações em relação à média. Os valores no meio, perto da média, são os que apresentam maior probabilidade de ocorrência. A sua variabilidade é controlada pelo desvio padrão. Esta distribuição é simétrica e representa muitos fenômenos naturais. As taxas de inflação podem ser também representadas por este modelo de distribuição.
- Lognormal – nesta distribuição os valores são positivamente assimétricos ou distorcidos; não são simétricos como na distribuição normal. Ela é usada para representar valores que não passam abaixo de zero e que apresentam um potencial positivo ilimitado. É, na verdade, uma exponencial da Normal. Exemplos de variáveis representadas por Distribuições Lognormal: valores de imóveis, preços de ações e reservas petrolíferas.

- Uniforme – nesta distribuição todos os valores têm probabilidade igual de ocorrência; o usuário simplesmente define o mínimo e o máximo. Exemplos de variáveis que poderiam apresentar uma distribuição uniforme: custos de fabricação e receitas de vendas futuras de um novo produto.
- Triangular – o usuário define os valores mínimo, mais provável (moda) e máximo. Os valores ao redor do valor mais provável têm maior probabilidade de ocorrer. Variáveis que poderiam ser representadas por uma distribuição triangular: histórico de vendas passadas, por unidade de tempo, e níveis de estoque.

No *@Risk*, também podem ser utilizadas distribuições discretas de probabilidade. É importante destacar que, através do *@Risk*, é possível criar gráficos de diferentes resultados e suas respectivas probabilidades de ocorrência, comunicando, assim, mais facilmente às partes interessadas por meio de uma interface mais amigável. Pode-se fazer ainda uma correlação entre *inputs*, pois, na SMC com *@Risk*, as relações interdependentes entre as variáveis de *input* podem ser analisadas graficamente. Isto é importante para verificar que, quando determinados fatores sobem, outros também sobem ou caem, de acordo com cada caso.

Conforme Dias (2014), a SMC, aplicada às Opções Reais, apresenta as seguintes etapas:

- Especificação das distribuições de probabilidade dos *inputs*, bem como os seus próprios processos estocásticos;
- Geração de uma amostra aleatória com os *inputs*;
- Realização de operações matemáticas com as amostras dos *inputs* para o cálculo estocástico que irá gerar os *outputs*;
- Repetição dos passos anteriores  $n$  vezes ( $n$  iterações ou recálculos), gerando, assim,  $n$  *outputs*;
- Determinação de propriedades gerais, como a média ou outros parâmetros estocásticos, representativos da distribuição dos *outputs* gerados ao fim do processo de simulação.

Em síntese, as etapas da SMC podem ser esquematizadas na Figura 14, a seguir:

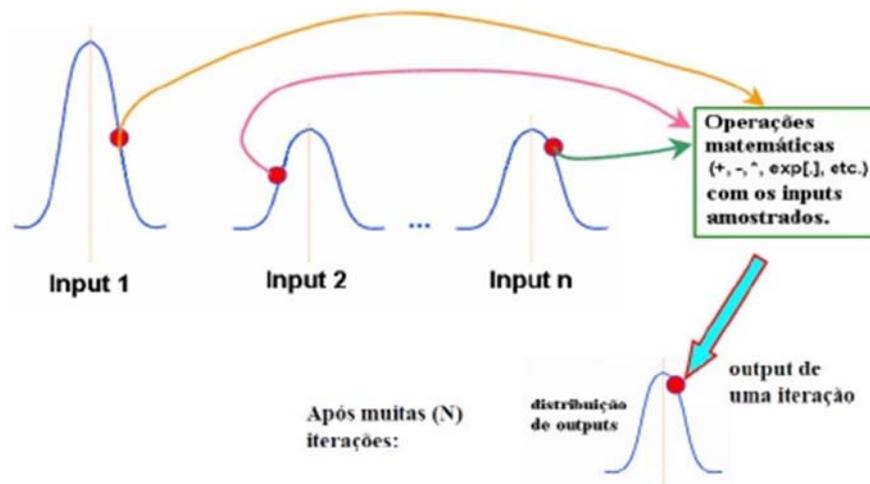


Figura 14 - Esquematização das etapas da SMC.  
Fonte: Dias (2014).

Destaca-se que para valorar as opções por meio da simulação, deve-se obter a equação discretizada do processo estocástico, haja vista que esta equação é representativa do processo e descreve a sua trajetória.

Nesta dissertação será aplicada a SMC para modelagem dos preços da celulose de fibra curta (*short-fiber*) – BHKP. Ressalta-se que as Equações (9 e 11), equações discretas do processo estocástico MRM, serão utilizadas para as simulações deste trabalho.

## 4 Metodologia, aplicações e resultados

Este capítulo tem por objetivo realizar análises quantitativas e qualitativas, através de conceitos de Opções Reais, acerca de alternativas de investimentos celulósicos-papeleiros em um horizonte de 12 meses (curto prazo), considerando as informações da Fibria para aplicação metodológica do estudo de caso. A partir destas análises, objetiva-se ainda responder se, para este estudo de caso, de fato, a abordagem por Opções Reais apresenta adequação no que tange aos aspectos de incerteza e flexibilidade.

Essa metodologia foi escolhida, haja vista a complexidade das análises em Opções Reais e a relevância e representatividade da Fibria no setor de papel e celulose no Brasil. Ainda ressalta-se que, conforme Yin (2009), o estudo de caso, baseado fortemente na lógica indutiva<sup>1</sup>, apresenta uma construção de raciocínio fundamentada em múltiplas fontes de evidência, beneficiando-se do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para direcionamento da coleta de dados e posterior análise.

A aplicação dos conceitos de Opções Reais, no âmbito deste estudo de caso, apresenta como premissa básica o arcabouço teórico desenvolvido no Capítulo anterior sobre a Teoria das Opções Reais. Para a aplicação propriamente dita, são utilizados os dados históricos dos preços da celulose, bem como os dados operacionais e financeiros da Fibria, os quais são modelados a fim de serem utilizados nas simulações propostas no estudo de caso.

De acordo com Gil (2002), “o estudo de caso é caracterizado pelo estudo exaustivo e em profundidade de poucos objetos, de forma a permitir conhecimento amplo e específico do mesmo.”

Este estudo de caso abrange análises marginais de produção em um modelo de gerenciamento de curto prazo a partir de quantidades marginais estocásticas.

---

<sup>1</sup> Lógica indutiva é a que abrange raciocínios ou argumentos, os quais, partindo de premissas particulares, geram, portanto, conclusões universais.

No estudo de caso, destaca-se que a quantidade de 3,5% em relação à capacidade produtiva da Fibria representa a capacidade produtiva de uma unidade produtiva estratégica, destinada ao segmento de papéis para fins sanitários de uma unidade industrial da Fibria.

Nas simulações neutras ao risco, considera-se 3,5% da quantidade total produzida para avaliação do VPL em três hipóteses. Nas simulações reais, considera-se 3,5% da quantidade total produzida para determinação da região das curvas de gatilho para preços e para lucros marginais. Todas estas possibilidades alicerçam-se nos conceitos teóricos de Opções Reais.

Na simulação neutra ao risco serão objeto de avaliação: o VPL pelo método tradicional, o VPL calculado por Opções Reais pela sua abordagem clássica (Opção 1) e o VPL calculado por Opções Reais com uma abordagem proposta (Opção 2). Nesta última, supõe-se a combinação de um modelo contínuo com um discreto<sup>2</sup>.

Merece destaque ainda que US\$ 470 representa o lucro mínimo (em  $t=0$ ) que pode ser garantido pela produção de celulose para a Opção 2, produção esta que pode ser repassada para uma outra unidade produtiva da Fibria que possui, hipoteticamente, um contrato de venda de celulose a uma outra empresa que lhe garante este lucro mínimo.

Neste estudo de caso, a análise do lucro marginal é bem significativa no contexto da abordagem por Opções Reais, tendo em vista a irreversibilidade dos custos fixos, verificada na ampla maioria dos investimentos celulósicos-papeleiros.

Ressalta-se que, no segmento selecionado (papéis para fins sanitários), a demanda é mais estável do que nos outros segmentos da empresa e a sua unidade produtiva, por ser estratégica, pode decidir entre produzir celulose no próximo mês ou formar estoques de eucalipto (opção).

A Figura 15, a seguir, mostra o modelo conceitual de como foram processadas as simulações no âmbito deste trabalho, as quais sempre partem de um ponto  $P_0$  em  $t=0$ , distribuindo-se ao longo de 12 meses.

---

<sup>2</sup> A parte discreta desta análise corresponde a um lucro mínimo de US\$ 470 ( $t=0$ ). Generalizando, em  $t=t_0$ , tem-se a seguinte relação para o lucro mínimo:  $US\$ 470 \cdot (1+r)^t$ .

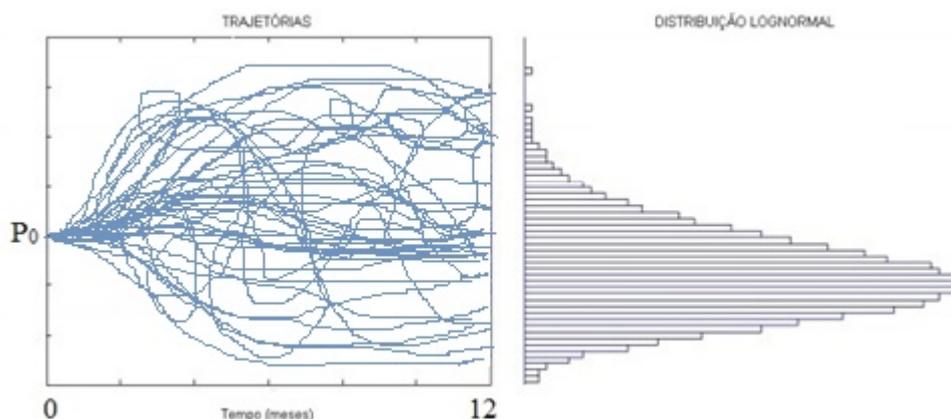


Figura 15 - Modelo Conceitual para as simulações.  
Fonte: Adaptado de Frota (2003).

No estudo de caso, será ainda construída uma Árvore Binomial Neutra ao Risco com MRM (para  $n=12$ ), de modo a permitir uma comparação com a região das curvas de gatilho para os preços reais.

No estudo de caso são utilizados os seguintes *softwares*: a) *Eviews*, versão 8 para análises estatísticas e econométricas; b) *@Risk*, versão 6 para SMC; e c) *Excel* 2013 para construção de planilhas e elaboração de fórmulas e cálculos.

#### 4.1. Opções Reais e Fibria S/A

Nesta dissertação, realizam-se análises sobre a avaliação da viabilidade econômica da produção de celulose ou formação de estoques de eucalipto, com base na TOR e em consonância com as premissas anteriores. Neste sentido, busca-se a descrição de modelos de avaliação que considerem a incerteza dos fatores de risco, a irreversibilidade dos investimentos de uma planta de celulose e a existência de flexibilidades gerenciais, que serão modeladas de acordo com os postulados da TOR e a partir das informações disponíveis da Fibria S/A.

Em síntese, neste capítulo analisa-se se, em um determinado momento (12 períodos mensais), é conveniente produzir celulose ou não, considerando, na análise, os *inputs* e *outputs* de decisão.

## 4.2. A Fibria

A Fibria Celulose S/A é a maior produtora mundial de celulose branqueada de eucalipto (BEKP), participando, mundialmente, de 29% deste segmento. Pelo fato de a empresa ser o maior *player* global neste segmento, foi escolhida para realização deste estudo de caso, já que pelo seu porte serve para caracterizar todo o setor de celulose, especialmente o de fibra curta.

No Capítulo 2 desta dissertação, abordaram-se vários aspectos setoriais da Indústria de Papel e Celulose Brasileira, que atua de forma integrada na sua cadeia produtiva e demanda de muita tecnologia para todas as suas etapas. Neste sentido, verifica-se um maior controle dos preços da matéria-prima (eucalipto), que pode, portanto, conferir uma maior estabilidade aos preços do produto final (celulose de fibra curta).

Neste negócio, o número de empresas é reduzido, já que os altos investimentos, tanto nas etapas florestal como industrial, praticamente impossibilitam novos entrantes no setor, o que também nos permite intuir sobre uma certa estabilidade nos preços do produto final, ainda que esta *commodity* possua várias variáveis de incerteza econômica associadas ao seu preço.

## 4.3. Premissas

No que tange à Opção que será valorada, consideram-se:

- Uma sequência de opções europeias para produção em 12 meses, representando decisões pontuais e independentes;
- Para fins de simulação, que a relação “lucro bruto/receita líquida de vendas” da empresa manterá, ao longo dos próximos anos, a mesma proporcionalidade verificada na DRE da Fibria em 2013, quando o lucro bruto representou cerca de 20% da receita líquida de vendas;
- Na DRE de 2013 da Fibria, apurou-se um Custo de Produtos Vendidos Consolidado de R\$ 5.382.688 mil; as vendas de celulose da Fibria, em 2013, totalizaram 5.200 mil toneladas;
- Custo Unitário de Produção (R\$/tonelada) = 1.035 e Custo Unitário de Produção (US\$/tonelada) = 441,87, dada a cotação do BACEN, em 31/12/2013, de R\$ 2,3426/US\$;

- Tempo médio para corte do eucalipto: 6 a 7 anos, que é decorrente da alta produtividade da empresa e do setor no Brasil;
- A produtividade florestal média do eucalipto: 245 m<sup>3</sup>/hectare (BNDES, 2011);
- Área da Base Florestal da Fibria destinada ao plantio: 556.795 hectares (136,4 milhões de m<sup>3</sup> de madeira);
- Destacam-se os dados gerais da Tabela 3:

B = Base Florestal da Fibria para eucaliptocultura (hectares)	P <sub>t</sub> = Produção de celulose BEKP da Fibria em 2013 (mil toneladas)	K <sub>e</sub> = Produtividade florestal média do eucalipto (m <sup>3</sup> / hectare)	P <sub>h</sub> = Produção de celulose BEKP da Fibria em 2013 (hectares)	P <sub>h</sub> = Produção de celulose BEKP da Fibria em 2013 (hectares)	K <sub>a</sub> = (B/P <sub>h</sub> ) = Produtividade florestal média do eucalipto (anos)
<b>556.795</b>	<b>5.300</b>	<b>245</b>	<b>420.223</b>	<b>86.531</b>	<b>6,43</b>

Tabela 3 - Dados Gerais

Fonte: Elaboração própria.

- Conforme Carvalho *et al.* (2012), verifica-se a seguinte relação de conversão entre P<sub>h</sub>, P<sub>t</sub> e K<sub>e</sub>:  $P_h = (P_t \times 4.000)/K_e$ ;
- Segundo Carvalho *et al.* (2012), tem-se a relação de conversão entre P<sub>t</sub>, B, K<sub>e</sub> e K<sub>a</sub>:  $P_t = (B \times K_e)/(4.000 \times K_a)$ ;
- Supondo as seguintes produções em mil toneladas de celulose:

**Prod./ano    Prod./mês**

$$\text{a) } K_a = 6 \quad P_t = \quad 5.684 \quad 474$$

$$\text{b) } K_a = 7 \quad P_t = \quad 4.872 \quad 406$$

$$\text{c) } K_a = 6,43 \quad P_t = \quad 5.300 \quad 442$$

- As quantidades estocásticas, em mil toneladas de celulose, são calculadas considerando-se 3,5% da distribuição triangular (406; 442; 474), aplicável em distribuições, nas quais a média (442 mil toneladas de celulose para este caso) é o valor mais frequente da distribuição. Os demais valores são os extremos;
- A premissa de que o preço justo de uma opção não incorpora ganhos de arbitragem. Portanto, para que não ocorra arbitragem, o retorno tem que ser igual à taxa livre de risco (sob medida neutra ao risco);

- Taxa livre de risco ( $r$ ): 5% a.a., que corresponde à TJLP (Taxa de Juros de Longo Prazo) de janeiro a março de 2014, equivalente mensal a 0,41% a.m.;
- Prêmio de risco ( $\pi$ ) : 5% a.a., equivalente mensal a 0,41% a.m.

#### 4.4. Levantamento de dados

Foram levantadas as séries históricas mensais dos preços em dólares por tonelada de fibra curta (*short-fiber*) – BHKP, obtidos no *site* do *FOEX Indexes* (<http://www.foex.fi/index.php?page=pulp-paper>). Consideraram-se os preços praticados no mercado europeu, que se constitui como principal mercado alvo da Fibria. São, ao todo, 123 observações de preços entre setembro/2003 e novembro/2013, de maneira que esta série foi deflacionada pelo Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna (IGP-DI), calculado pelo Instituto Brasileiro de Economia (IBRE) da Fundação Getúlio Vargas (FGV). Este índice é usado como referência para correções de preços no Brasil e, neste caso, setembro/2003 é a data base para cálculo do fator de deflação.

Esta série de preços históricos e deflacionados (base setembro/2003) pode ser observada no Gráfico 1 a seguir:

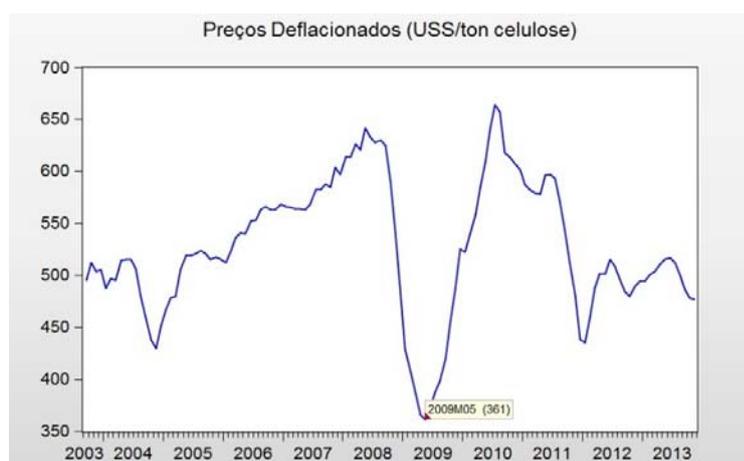


Gráfico 1 - Preços Deflacionados da celulose de fibra curta.  
Fonte: Elaboração própria com a utilização do Eviews, versão 8.

O Gráfico 2 mostra o resumo das estatísticas apresentadas pelo *EViews*:

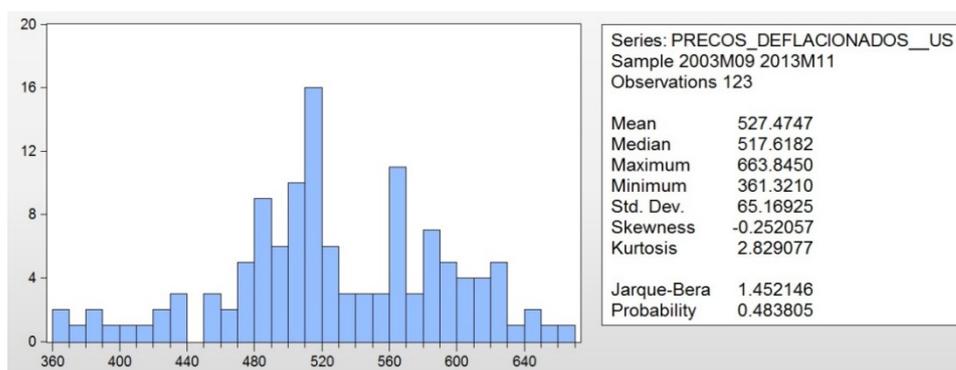


Gráfico 2 - Histograma e Estatísticas.

Fonte: Elaboração própria com a utilização do *Eviews*, versão 8.

Estes gráficos sugerem, em uma primeira análise, que o comportamento dos preços deflacionados é de reversão à média (US\$ 527, 47 / ton. de celulose). Ressalta-se que, entre 2008 e 2009, verificou-se uma queda brusca nos preços desta *commodity*, redução esta explicada, em grande parte, pela crise financeira internacional verificada neste período. Contudo, devem ser ainda realizados testes estatísticos para que esta hipótese inicial se confirme.

Como limitação metodológica, verificou-se uma significativa indisponibilidade de dados para os preços da celulose anteriores à data base. Somado a isso, o fato desta dissertação desenvolver-se através de um estudo de caso pode ser visto ainda como uma outra limitação, pois, em função dos resultados obtidos para a empresa do estudo de caso, realizam-se generalizações para o setor como um todo.

#### 4.5. Escolha e validação do Processo Estocástico

Serão realizados dois testes estatísticos para se determinar o processo estocástico (MGB ou MRM) que melhor se adequa a este estudo: o Teste da Raiz Unitária de Dickey-Fuller (amplamente utilizado em econometria financeira) e o Teste Razão da Variância. Os aspectos conceituais destes testes foram apresentados no Capítulo 3 desta dissertação.

O resumo do roteiro seguido na escolha do processo estocástico é mostrado na Figura 16, a seguir:

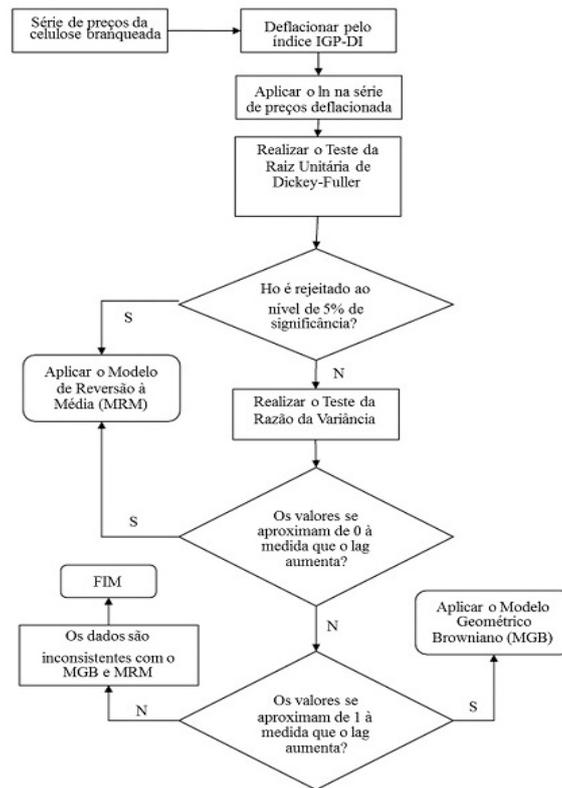


Figura 16 - Resumo da escolha do processo estocástico.  
Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

#### 4.5.1. Teste de Dickey-Fuller

O teste da Raiz Unitária de Dickey-Fuller é utilizado para verificação da rejeição da hipótese de que uma determinada série de preços deflacionados adequa-se a um modelo de MGB. Neste teste, a hipótese nula verifica a presença de alguma raiz unitária na série histórica, sendo, assim, não-estacionária e, paralelamente, a hipótese alternativa verifica se esta série apresenta alguma característica de estacionaridade.

Portanto, a presença de uma ou mais raízes unitárias é um indicador de que os valores de uma série histórica apresentam tendência de seguir um caminho aleatório no decorrer do tempo (MGB) e a não verificação destas raízes é um indicativo de que os valores da série tendem a convergir para o seu valor médio no decorrer do tempo (MRM).

Ressalta-se que a série em questão segue o modelo da seguinte equação estocástica:  $x_t = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t$ , onde  $x_t$  apresenta uma distribuição normal padronizada. Considerando que esta série segue um modelo auto-regressivo de

primeira ordem AR (1), reescreve-se esta equação, subtraindo-se  $x_{t-1}$  de seus dois membros, podendo a equação ser assim reescrita:

$$x_t - x_{t-1} = a + (b-1)x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (15)$$

A partir da Equação 15, realiza-se uma análise considerando as seguintes hipóteses, já descritas anteriormente, para realização do teste da raiz unitária:

$$H_0 : b-1 = 0$$

$H_1 : b < 1$  (a verificação de inclinação negativa sugere a aplicação de um MRM)

A seguir, faz-se uma regressão linear do logaritmo natural da série de preços deflacionados da celulose, sendo ainda realizada a análise da estatística  $\tau$ .

Assim, conforme Nascimento (2012), será aplicada a seguinte equação para se proceder à análise da regressão dos preços deflacionados da celulose:

$$\ln(c_t) - \ln(c_{t-1}) = \ln(c_t / c_{t-1}) = a + (b-1) \ln(c_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (16)$$

A Equação 16 considera, ao menos, um *lag* de diferença de preços, haja vista a suposição de estacionaridade da série (caminho auto-regressivo).

O Gráfico 3 apresenta os logaritmos naturais da série de preços deflacionados da celulose de fibra curta (ln de US\$ / ton. de celulose).

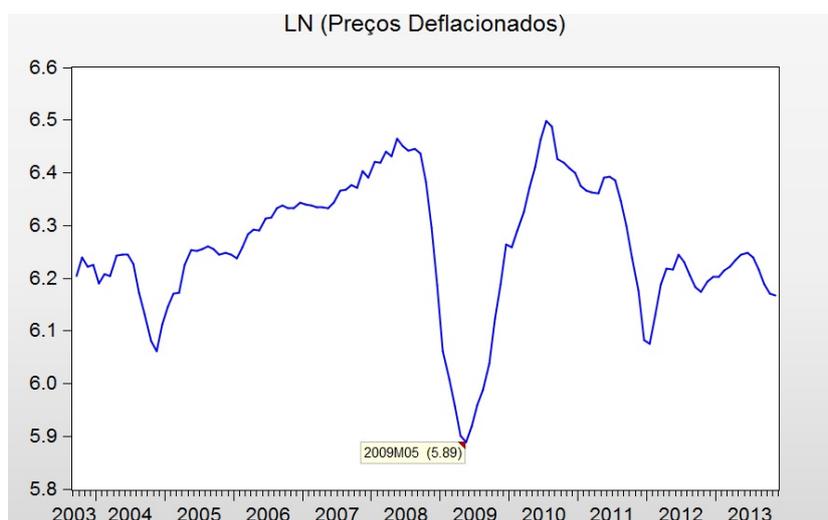


Gráfico 3 -Ln dos preços deflacionados da celulose de fibra curta  
Fonte: Elaboração própria com a utilização do Eviews, versão 8.

Em relação aos logaritmos naturais da série de preços deflacionados da celulose de fibra curta (ln de US\$ / ton. de celulose), o Gráfico 4, a seguir, mostra as estatísticas calculadas pelo *EViews*.

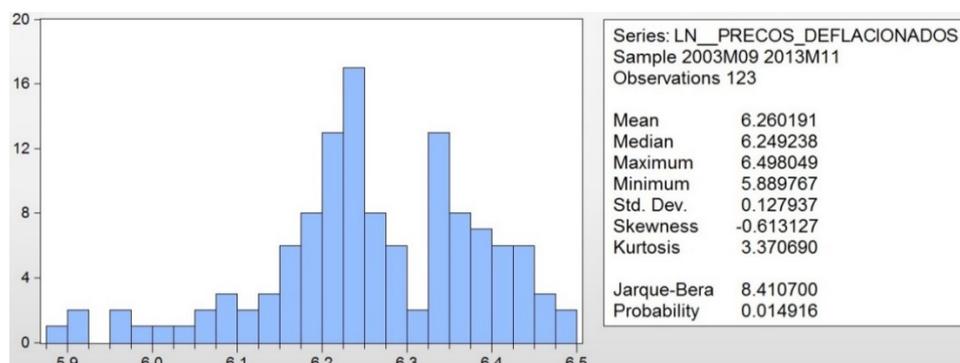


Gráfico 4 - Histograma e Estatísticas (Ln).

Fonte: Elaboração própria com a utilização do Eviews, versão 8.

Com base nestas estatísticas, preliminarmente, verifica-se que esta série apresenta indícios de possuir comportamento estacionário, além de baixa aleatoriedade em relação ao logaritmo natural dos preços no decorrer do tempo. Cerca de 85% dos dados encontra-se entre 6,2 e 6,4 (ln dos preços deflacionados) e destaca-se ainda que a região correspondente, no histograma, a 5,9 apresentou este número em decorrência da crise financeira internacional de 2008-2009.

O teste de hipótese formulado é unicaudal à esquerda e sua resolução se dará através do processamento dos dados de logaritmo natural dos preços no *EViews* com a aplicação do Teste da Raiz Unitária. Optou-se pela aplicação no *EViews* do teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF), em substituição ao teste padrão de Dickey-Fuller (DF), pois o primeiro apresenta maior margem de escolha de *lags* (períodos entre os preços), o que propicia um maior refinamento à análise.

A Figura 17, a seguir, explicita a tela de entrada dos parâmetros utilizados para aplicação do teste da raiz unitária no *EViews*. Dentre as possíveis opções, escolheu-se a realização do teste no nível, incluiu-se o intercepto e considerou-se 50 como *lag* máximo.

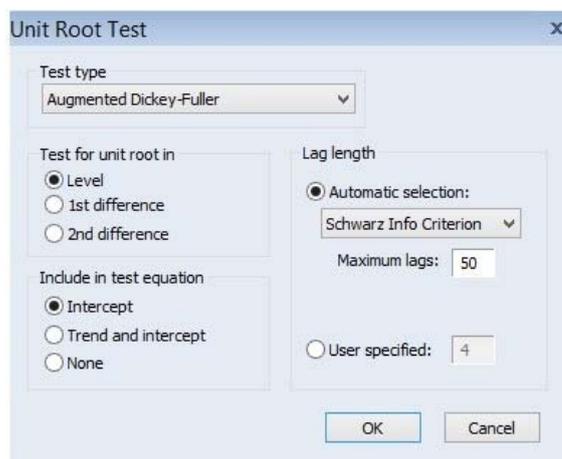


Figura 17 - Tela de Entrada de Parâmetro do teste  
Fonte: *Eviews*.

Os resultados finais da aplicação do teste encontram-se na Figura 18 a seguir:

Augmented Dickey-Fuller				
Null Hypothesis: LN__PRECOS_DEFLACIONADOS has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=50)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.467760	0.0105
Test critical values:				
	1% level		-3.485115	
	5% level		-2.885450	
	10% level		-2.579598	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN__PRECOS_DEFLACIONADOS)				
Method: Least Squares				
Date: 03/30/14 Time: 21:26				
Sample (adjusted): 2003M11 2013M11				
Included observations: 121 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN__PRECOS_DEFLACIONADOS(-1)	-0.060768	0.017524	-3.467760	0.0007
D(LN__PRECOS_DEFLACIONADOS(-1))	0.706195	0.064859	10.88815	0.0000
C	0.380098	0.109749	3.463351	0.0007
R-squared	0.509177	Mean dependent var		-0.000597
Adjusted R-squared	0.500858	S.D. dependent var		0.034603
S.E. of regression	0.024447	Akaike info criterion		-4.560150
Sum squared resid	0.070523	Schwarz criterion		-4.490832
Log likelihood	278.8890	Hannan-Quinn criter.		-4.531997
F-statistic	61.20624	Durbin-Watson stat		2.157648
Prob(F-statistic)	0.000000			

Figura 18 - Teste ADF no EViews 8.  
Fonte: *Eviews*.

É importante observar que, assumindo as premissas da estatística  $\tau^3$  e verificando-se que  $b < 1$  (hipótese alternativa), há fortes evidências de um modelo com MRM. Isto se justifica porque a rejeição da hipótese nula é um evento mais raro e a sua aceitação<sup>4</sup> é um evento comum.

<sup>3</sup>Significa considerar como válidas as variáveis da Equação 16.

<sup>4</sup>A aceitação da hipótese nula indica um razoável grau de aderência de uma série histórica ao modelo MGB.

Para se assumir a rejeição da hipótese nula ( $H_0$ ), a “estatística t” deve ser inferior à estatística dos valores críticos nos níveis de significância considerados ( $\alpha\%$ ). A partir dos resultados do teste ADF, obtidos no *EViews*, verifica-se que a estatística  $\tau = -3,47 < \text{valores críticos}^5$  nos níveis de significância de 5% e 10% ( $H_0$  é, portanto, rejeitado). Para esta conclusão, não foi considerado  $\alpha = 1\%$ , pois o nível de significância de 5% (ver fluxograma da Figura 16) encontra-se aderente ao escopo desta análise, podendo, deste modo, representar o comportamento da amostra em questão.

Como rejeita-se  $H_0$ , a série não apresenta raízes unitárias e, assim, possui comportamento estacionário. Descreve ainda um caminho auto-regressivo com características estocásticas de um MRM.

Portanto, valida-se a aplicação do MRM no presente estudo de caso.

#### **4.5.2. Teste de Razão da Variância**

O objetivo deste teste é verificar o comportamento dos choques nos preços, observando se os seus efeitos são temporários ou permanentes. Deve ser aplicado em séries de caminhos aleatórios (processos não-estacionários), contudo a sua aplicação pode ser dispensada no caso das séries de caminhos auto-regressivos (processos estacionários), haja vista o baixo impacto verificado nos choques de preços, sempre revertidos à média.

Como exemplo, verifica-se que, nesta série histórica, o efeito da crise financeira internacional sobre os preços da celulose branqueada foi apenas pontual, revertendo-se à média algum tempo depois. Isto se explica porque, em um processo auto-regressivo, tais efeitos dissipam-se em função da força de reversão, diferentemente de um modelo MGB.

Portanto, considerando estes argumentos e o fluxograma da Figura 16, este teste poderia não serser aplicado. Entretanto, por conservadorismo, o teste será realizado como se verifica no Gráfico 5 a seguir.

---

<sup>5</sup> Conforme os resultados do *EViews*, os valores críticos nos níveis de significância de 5% e 10% são, respectivamente, -2,89 e -2,58.

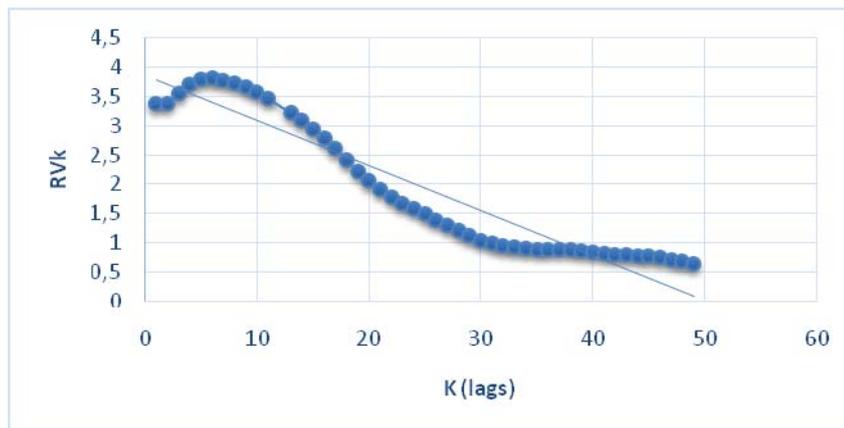


Gráfico 5 - Teste da Razão de Variância para o ln do preço da celulose.

Fonte: Elaboração própria com a utilização do Excel.

Como a razão de variância decai linearmente com o aumento do *lag* e os valores finais encontram-se abaixo de 1, então, por este teste, conclui-se também pela reversão à média.

#### 4.6. Modelo de Reversão à Média (MRM)

Para simulação dos preços da celulose de fibra curta, preliminarmente, aplica-se a Equação (16) para obtenção dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $\sigma_\varepsilon$  (desvio padrão<sup>6</sup>), os quais determinam as seguintes variáveis estocásticas para um modelo em tempo discreto:

- Velocidade de Reversão:  $\eta = -\ln(b) / \Delta t$
- Volatilidade:  $\sigma = \sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{2 \ln(b) / [(b^2 - 1) \cdot \Delta t]}$
- Média de Longo Prazo:  $\bar{c} = e^{-a/(b-1)}$

Estes valores serão os parâmetros da equação a ser discretizada, considerando o MRM, como já validado na seção 4.5.

Nesta regressão, as variáveis dependente e independente, ( $Y$ ) e ( $X$ ), apresentam, respectivamente as seguintes relações, considerando a série deflacionada de preços da celulose de fibra curta ( $c_t$ ):  $Y = \ln(c_t / c_{t-1})$  e

<sup>6</sup> É o desvio padrão verificado no erro ( $\mathcal{E}_t$ ) da regressão linear simples, indicador de volatilidade para a variável independente da Equação 16.

$X = \ln(c_{t-1})$ , com  $t$  variando de  $t=1$  (outubro/2003) até  $t=123$  (novembro/2013).

Convém mencionar que  $t-1=0$  refere-se a setembro/2003.

Após a Análise de Regressão, realizada no *software Eviews*, obtiveram-se os seguintes resultados, sintetizados na Figura 19 a seguir:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.219022	0.153031	1.431228	0.1550
X	-0.035031	0.024437	-1.433540	0.1543

R-squared	0.016837	Mean dependent var	-0.000308
Adjusted R-squared	0.008644	S.D. dependent var	0.034607
S.E. of regression	0.034457	Akaike info criterion	-3.881963
Sum squared resid	0.142472	Schwarz criterion	-3.835996
Log likelihood	238.7998	Hannan-Quinn criter.	-3.863293
F-statistic	2.055036	Durbin-Watson stat	0.631187
Prob(F-statistic)	0.154304		

Estimation Command:	LS Y C X
Estimation Equation:	Y = C(1) + C(2)*X
Substituted Coefficients:	Y = 0.219021570628 - 0.0350313859172*X

Figura 19 - Análise de Regressão no EViews 8  
Fonte: *Eviews*.

Os resultados dos parâmetros da regressão são os seguintes:

- O coeficiente angular:  $b - 1 = -0,035031 \Rightarrow b = 0,964969$  ;
- O coeficiente linear (intercepto):  $a = 0,219022$  ;
- A equação de regressão é dada por:  $Y = 0,219022 - (0,035031)X$  ;
- $\sigma_\varepsilon = 0,024437$  .

A correlação entre  $X = \ln(c_{t-1})$  e  $Y = \ln(c_t / c_{t-1})$ , calculada no *Eviews*, apesar de negativa, é praticamente nula ( $\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = -0,129757$ ), o que

vem a corroborar a hipótese inicial de estacionariedade. Além disso, os valores significativamente baixos verificados nos coeficientes de determinação (R-Quadrado e R-Quadrado Ajustado), característica de comportamento estacionário, indicam que, respectivamente, 1,68% e 0,86% da variável dependente podem ser previstos através dos seus regressores (variáveis independentes).

Segue o Gráfico 6 a seguir.

### Gráfico de Dispersão<sup>7</sup>

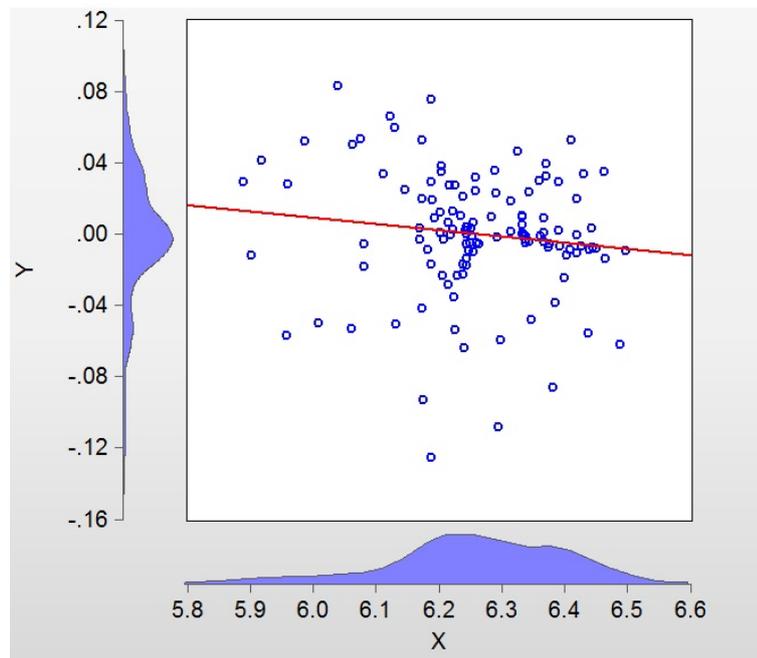


Gráfico 6 - Gráfico de Dispersão e Linha de Tendência  
Fonte: Elaboração própria com a utilização do Eviews, versão 8.

Em relação à regressão, destaca-se ainda que o desvio padrão do erro ( $\sigma_\varepsilon = 2,44\%$ ) mede a volatilidade (medida de variabilidade) do coeficiente  $X = \ln(c_{t-1})$ .

Ressalta-se que, quanto menor o valor de  $\sigma_\varepsilon$ , menor será o ruído<sup>8</sup> nas estimativas de  $X$ , variável que, para esta série, apresenta baixa volatilidade. Conforme verificado no Gráfico 5, as variáveis  $X$  e  $Y$  apresentam-se, aproximadamente, como distribuições normalizadas.

Supondo ainda que os erros possuam ainda uma distribuição normal, há, portanto, 95% de probabilidade de que o coeficiente observado não esteja a 1,96 erro-padrão para mais ou para menos deste coeficiente estimado.

<sup>7</sup> A linha de tendência gerada neste gráfico é dado pela equação de regressão:  $Y = 0,219022 - (0,035031)X$ .

<sup>8</sup> Refere-se a uma sequência aleatória, não autocorrelacionada, de choques ou movimentos erráticos.

Considerando  $\Delta t = 1$  (a série é mensal), os parâmetros (variáveis estocásticas) do MRM são os seguintes:

- $\eta = -\ln(0,964969) / 1 = 3,57\%$
- $\sigma = 0,024437 \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(0,964969) / \{(0,964969)^2 - 1\}} = 2,49\% / \text{mês}$
- $\bar{C} = -0,219022 / (0,964969 - 1) = 6,2522 \Rightarrow \bar{c} = \exp(6,2522) = 519,15$

Comparando os parâmetros calculados com os apresentados pelo etanol e pela gasolina na Dissertação de Nascimento (2012), verifica-se a baixa volatilidade no preço da celulose de fibra curta. Neste sentido, ativos com baixa volatilidade tendem a reduzir o preço de uma opção, haja vista que a menor volatilidade diminui o valor da flexibilidade de uma Opção Real, conforme Kulatilaka (1993).

Usualmente, em um processo de reversão à média, utiliza-se o conceito de meia-vida (*half-life*) como uma medida mais efetiva de avaliação sobre a lentidão do processo do que  $\eta$ , conforme Dias (2005).

A meia-vida da reversão ( $H$ ) define-se como o tempo em que a variável estocástica leva para percorrer a metade do caminho entre o seu valor no instante atual e o valor referente ao instante da média de longo prazo, conforme a seguinte fórmula, análoga àquela apresentada no conceito físico de meia-vida:  $H = \frac{\ln(2)}{\eta}$ .

Aplicando esta fórmula aos dados da série de preços, obtém-se a seguinte relação:  $H = \frac{\ln(2)}{\eta} \Rightarrow H = \frac{\ln(2)}{0,0357} = 19,42$  meses.

Tal medida é teórica e serve para comparabilidade entre processos de reversão à média. Neste caso, em menos de dois anos, é muito provável que a meia-vida de reversão à média já esteja completa.

O cálculo da meia-vida de reversão introduz uma medida de valores críticos máximos, haja vista que considera um instante inicial em qualquer ponto de uma série de dados.

Observando a série histórica de preços deflacionados, verifica-se, em maio/2009 (US\$ 361,32/ton.), o menor valor da série de preços, reflexo da crise financeira internacional; contudo, em janeiro/2010 (US\$ 522,39/ton.), oito meses depois, o valor apresenta-se bastante próximo daquele obtido no cálculo da Média de Longo Prazo (US\$ 519,15/ton.).

Nesta dissertação, para realização das simulações dos preços no *software @Risk*, serão utilizadas as fórmulas estocásticas (modelos real e neutro ao risco) do processo de fator único de *Ornstein-Uhlenbeck*, denominado de MRM Aritmético (MRM de O-U).

Estas fórmulas estocásticas podem ser deduzidas através de equações diferenciais que seguem o mesmo conceito da equação diferencial estocástica descrita no Capítulo 3 (Equação 7). Para modelagem dos preços da celulose, utilizam-se as seguintes equações para os Processos Real e Neutro ao Risco, respectivamente:

$$dC_t = \eta (\bar{C} - C_t) dt + \sigma dz \quad (17)$$

$$dC_t = \eta \left( \left[ \bar{C} - \frac{\mu - r}{\eta} \right] - C_t \right) dt + \sigma dz \quad (18)$$

Ressalta-se que a Equação 17 apresenta a mesma solução da Equação 19, a seguir, a qual possui a parte estocástica na parcela de sua integral estocástica:

$$C(T) = C(0) + \bar{C}(1 - e^{-\eta T}) + \sigma e^{-\eta T} \int_0^T e^{\eta t} dz(t) \quad (19), \text{ apresentando } C(T) \text{ uma}$$

distribuição normal.

Assim, consideram-se:

$c_t$ : variável estocástica que representa a série histórica estudada dos preços deflacionados;

$C_t = \ln(c_t)$ : variável estocástica que representa o logaritmo natural (ln) da série histórica estudada ( $C_t = \ln(c_t) \Leftrightarrow c_t = \exp(C_t)$ );

$\bar{C}$ : ln da média de longo prazo da série histórica estudada (mede o nível no qual  $C_t$  tende ao movimento de reversão);

$dz$ : incremento de Wiener, no qual  $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$  ( $\varepsilon \sim N(0,1)$ );

$\eta$ : velocidade de reversão à média da série histórica estudada ( $\eta > 0$ );

$\sigma$ : volatilidade da série histórica estudada ( $\sigma > 0$ );

$\mu$ : taxa de retorno do investimento;

$r$ : taxa livre de risco;

$\pi$ : prêmio de risco; e

$\frac{\pi}{\eta} = \frac{\mu - r}{\eta}$ : prêmio de risco normalizado.

A Equação 18 é ajustada em relação à média  $(\mu - r/\eta)$ , pois, para esta situação, objetiva-se estudar um modelo adaptado a um ambiente com neutralidade ao risco, conforme preconiza Schwartz (1997).

Como observado na equação diferencial do processo de *Ornstein-Uhlenbeck*, tem-se que uma variação esperada de  $C_t$  depende, fundamentalmente, da diferença entre  $\bar{C}$  e  $C_t$ . Assim, se  $C_t$  estiver acima de  $\bar{C}$ , no próximo intervalo de tempo deverá, portanto, apresentar tendência de descida e, analogamente, se estiver abaixo de  $\bar{C}$ , a tendência será de subida, ou seja, os picos e os vales se reduzem em função da reversão e, conseqüentemente, os ciclos da série se encurtam, corroborando a observação de recuperação em 8 meses do menor preço da série deflacionada, o qual se verificou durante a Crise Financeira Internacional, conforme o Gráfico 3.

A hipótese de reversão à média pode ser vista, na visão microeconômica, como a hipótese do preço de equilíbrio, no qual as forças de oferta são contrabalançadas pelas forças de demanda. Este movimento, também reversivo, pode ser verificado, bem claramente, na maioria das *commodities*, como a celulose.

Assim, a ocorrência de choques econômicos não “contamina”, de forma muito significativa, os preços futuros das *commodities*, especialmente as agrícolas, haja vista a existência de movimentos reversivos em direção ao ponto no qual se verificam os preços de equilíbrio. Desta forma, quanto mais distante o preço estiver do seu nível de equilíbrio, maior será a intensidade de reversão a este nível.

Considerando que a série de preços estudada requer uma modelagem estocástica em tempo discreto, na qual se assume que os preços seguem uma distribuição de probabilidades que verifique o descarte dos valores negativos, tem-se, portanto, a seguinte relação para as distribuições de probabilidade das variáveis estocásticas anteriormente definidas:

$$c_t \sim \text{Lognormal} \Leftrightarrow C_t = Ln(c_t) \sim N(\text{média}; \text{variância})$$

Para as simulações estocásticas dos preços futuros desta dissertação, devem ser obtidas as equações de discretização, ou seja, as que fornecem  $C_t$  em função de  $C_{t-1}$ , dada a aleatoriedade dos movimentos dos preços da celulose.

A partir da equação 17, deduzem-se as seguintes equações discretizadas e normalizadas<sup>9</sup>, já apresentadas no Capítulo 3, para Simulação Real no MRM, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , seguindo um processo auto-regressivo de primeira ordem – AR(1):

$$C_t = C_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \bar{C}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \quad (20)$$

$$c_t = \exp(C_t)$$

$$c_t = \exp\left\{\begin{array}{l} \ln(c_{t-1})e^{-\eta\Delta t} + \ln(\bar{c})(1 - e^{-\eta\Delta t}) \\ + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) - \frac{\sigma^2}{4\eta}(1 - e^{-2\eta\Delta t}) \end{array}\right\} \quad (21)$$

A partir da equação (18), deduzem-se as seguintes equações discretizadas e normalizadas, já apresentadas no Capítulo 3, para Simulação Neutra ao Risco no MRM, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , seguindo também um processo auto-regressivo de primeira ordem – AR(1) e, considerando ainda  $\pi = \mu - r$  :

$$C_t = C_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \left[\bar{C} - \frac{\pi}{\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \quad (22)$$

$$c_t = \exp(C_t)$$

$$c_t = \exp\left\{\begin{array}{l} \ln(c_{t-1})e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln(\bar{c}) - \frac{\pi}{\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) \\ + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) - \frac{\sigma^2}{4\eta}(1 - e^{-2\eta\Delta t}) \end{array}\right\} \quad (23)$$

De fato, como se supõe que os preços de  $c_t$ <sup>10</sup>são distribuídos segundo uma Lognormal, consideram-se, por definição, apenas os valores positivos. Todavia, ressalta-se que  $C_t$  segue uma distribuição normal padrão ( $N(0,1)$ ), podendo ainda apresentar valores negativos.

Como os valores simulados de  $C_t$  e de  $c_t$  são obtidos a partir de uma Normal Padrão (0,1), busca-se, através de amostras aleatórias, a realização de simulações para estas variáveis pelo Processo de Monte Carlo, cuja precisão só é aceitável se

<sup>9</sup> Tem-se uma equação normalizada quando se observa, ao menos, uma parcela estocástica multiplicada pela Normal padrão (0,1), o que, portanto, evidencia a existência de um processo aleatório, que deverá ser iterado.

<sup>10</sup> Os valores de  $c_t$  verificam a propriedade:  $E(c_t) = \exp[E(C_t)]$ .

o número de iterações for significativamente grande. Isto se justifica pelo fato do erro se reduzir com o aumento do número de iterações (Lei dos Grandes Números).

A vantagem deste processo é que nele podem ser utilizados modelos computacionais, os quais dispensam soluções analíticas de equações diferenciais potencialmente complexas.

Nesta dissertação, tendo em vista que  $t \in \{ t_0, t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, \dots, t_0 + n\Delta t \}$ ,  $t_0 + n.\Delta t = 12$  meses para “ $n$ ” subintervalos de mesmo tamanho, considera-se, portanto,  $\Delta t = 1$  mês. E o preço inicial para as simulações realizadas no Capítulo 7 (Anexos), Simulações – Processo Neutro ao Risco (seção 7.3.2) e Processo Real (seção 7.3.3), referente a novembro de 2013, é dado por  $P_0 = P(t = t_0) = \text{US\$ } 476,91$  / tonelada de celulose – BHKP (preço deflacionado). As simulações consistem, basicamente, na realização de  $n$  rodadas, de forma a se prosseguir até o tempo  $T = t_0 + n.\Delta t$ .

Destaca-se que, a partir de cada rodada de simulações, são realizados cálculos sempre, de mês a mês ( $\Delta t = 1$ ), para os 12 meses ( $n = 12$ ), a partir do preço inicial  $P_0 = \text{US\$ } 476,91$  (nov-13). Assim, os valores de cada simulação representam uma amostra para o conjunto de todos os possíveis valores de preços futuros no decorrer do tempo.

Na dissertação, basicamente, serão realizadas simulações de valores de VPL’s para realização de uma *proxy* dos lucros marginais. Sob a ótica da expectativa, tem-se que os valores médios destes VPL’s calculados no *@Risk* no Capítulo 7 (Anexos) não ensejam simplesmente valores pontuais e determinísticos. A correta interpretação destes valores é a de que representam a esperança para uma distribuição de probabilidades de VPL’s, no âmbito da SMC.

#### **4.7. SMC – Processo Neutro ao Risco (MRM)**

A simulação realizada nesta etapa baseia-se na análise do processo neutro ao risco, pois objetiva a valoração de três diferentes tipos de estratégias para avaliação do lucro estocástico, a saber: a) valoração do VPL pelo método tradicional; b) valoração do VPL pela TOR (Opção 1); e c) valoração do VPL pela TOR (Opção 2). Nesta avaliação pela SMC, busca-se diferenciar as estratégias, a

partir de eventuais valores incrementais obtidos, no escopo desta análise, com as flexibilidades anteriormente estabelecidas.

Portanto, utiliza-se a Equação 23 como equação discreta para este processo estocástico. Assim, neste caso, a equação de discretização em  $t$ , considerando  $\Delta t = 1$ , é a Equação 24, equação estocástica utilizada nesta simulação no @Risk:

$$c_t = \exp \left\{ \begin{array}{l} \ln(c_{t-1}) \times e^{-0,0357} + \left[ \ln(519,15) - \frac{0,0041}{0,0357} \right] \times (1 - e^{-0,0357}) \\ + 0,0249 \times \sqrt{\frac{1 - e^{-0,0714}}{0,0714}} N(0,1) - \frac{(0,0249)^2}{0,1428} \cdot (1 - e^{-0,0714}) \end{array} \right\} \quad (24)$$

(Equação Estocástica para aplicação da SMC no Processo Neutro ao Risco)

Considerando a Equação 24, toda a parte operacional da simulação dos preços para os próximos 12 meses (a partir de nov-13,  $t=0$ ) é explicitada no Capítulo 7 (Anexos – subseção 7.3.2), no qual estão descritas as tabelas do Excel, *Inputs*, *Outputs*, equações estocásticas e os relatórios do *software @Risk 6.0*, com 10.000 iterações, sendo utilizados os parâmetros obtidos com a série histórica de preços deflacionados da celulose BHKP.

Nesta análise foram consideradas as seguintes equações estocásticas em um modelo de MRM neutro ao risco para uma unidade produtiva do segmento de papéis para fins sanitários:

a) Lucro Marginal Estocástico ( $\tilde{L}_t$ ):

$$\tilde{L}_t = \tilde{p}_t \cdot \tilde{q}_t - c \cdot \tilde{q}_t \quad (25),$$

considerando o  $c_t$  da Equação 24 e o  $\tilde{p}_t$  da Equação 25, tem-se a seguinte relação:  $\tilde{p}_t = \tilde{c}_t$ , sendo ainda  $\tilde{q}_t$  a quantidade estocástica definida por uma Distribuição Triangular estabelecida nas premissas deste Capítulo e  $c = 441,87$  (valor constante).

b) VPL pelo método tradicional, compreendendo o período entre dez-13 e nov-14:

$$VPL_{tradicional} = \sum_1^{12} (L \cdot e^{-rt}) \quad (26)$$

- c) VPL pela TOR (Opção 1), compreendendo o período entre dez-13 e nov-14:

$$VPL_{opçã01} = \sum_1^{12} \left[ \text{Max}(\tilde{L}_t \cdot e^{-rt}; 0) \right] \quad (27)$$

- d) VPL pela TOR (Opção 2), compreendendo o período entre dez-13 e nov-14:

$$VPL_{opçã02} = \sum_1^{12} \left[ \text{Max}(\tilde{L}_t \cdot e^{-rt}; 470 \cdot (1+r)^{-t}) \right] \quad (28)$$

Assim, nesta etapa, consideram-se análises financeiras acerca do Lucro Estocástico, sendo o VPL, para cada situação específica, um indicador de valoração. Portanto, as simulações são realizadas através de funções probabilísticas estocásticas determinadas pelos VPL's calculados para os Lucros Estocásticos. (*proxies*).

Os resultados das simulações são apresentados a seguir:

- i) VPL pelo método tradicional (sem o conceito de Opções):

VALOR	US\$ mil
Mínimo	-6.651,07 (prejuízo)
Máximo	20.513, 90 (lucro)
Esperado	5.784, 90 (lucro)

- ii) VPL pela TOR (Opção 1):

VALOR	US\$ mil
Mínimo	0
Máximo	20.513, 90 (lucro)
Esperado	6.029,02 (lucro)

- iii) VPL pela TOR (Opção 2):

VALOR	US\$ mil
Mínimo	5.492,53 (lucro)
Máximo	23.342,46 (lucro)
Esperado	7.465,76 (lucro)

A Opção 2, de fato, traz ganhos substanciais considerando este estudo de caso, pois além de, naturalmente, possuir um valor médio mais elevado, apresenta um valor mínimo bem próximo do valor esperado do VPL pelo método tradicional e, além disso, apresenta o maior valor máximo entre as três alternativas.

Observando os gráficos “tornado” para i), ii) e iii), gráficos estes que se encontram no Anexo 7.3.2 e explicitam os *Inputs* classificados segundo o efeito dos *Outputs*, verifica-se, empiricamente, que, conforme o tempo passa ( $n = 12, 11, 10, \dots, 2, 1$ ), as incertezas nos preços desta *commodity* vão se reduzindo.

No que tange propriamente à análise pela TOR (Opção 1 x Opção 2), considerou-se, na valoração das Opções, a ótica da expectância na análise estocástica, pois os valores médios e os valores próximos a estes são os que apresentam a maior probabilidade de ocorrência.

Com a realização das simulações no *@Risk* para valoração do Lucro Estocástico – VPL pela TOR (Opções 1 e 2), obtêm-se, respectivamente, os Gráficos 6 e 7, a seguir:

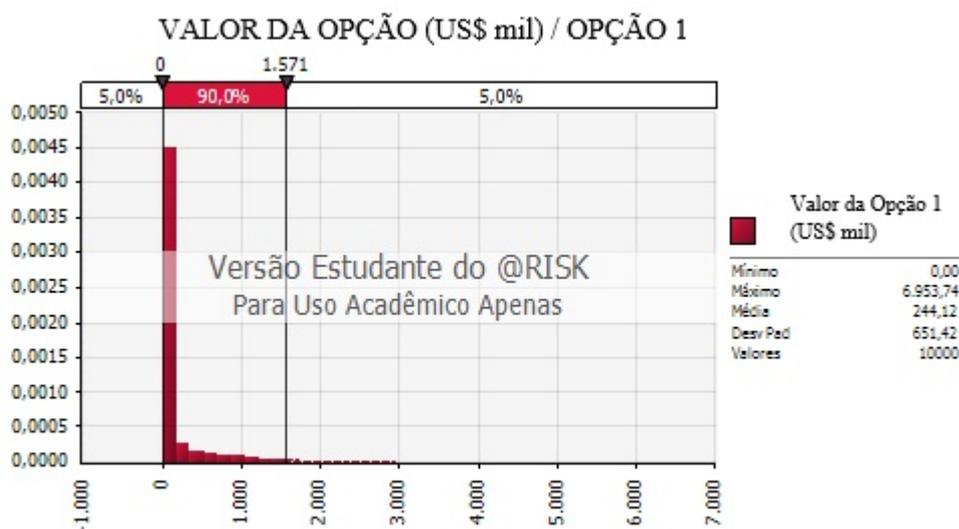


Gráfico 7 - Valoração do Lucro Estocástico – VPL pela TOR (Opção 1)  
Fonte: Elaboração própria com a utilização *@Risk*, versão 6.

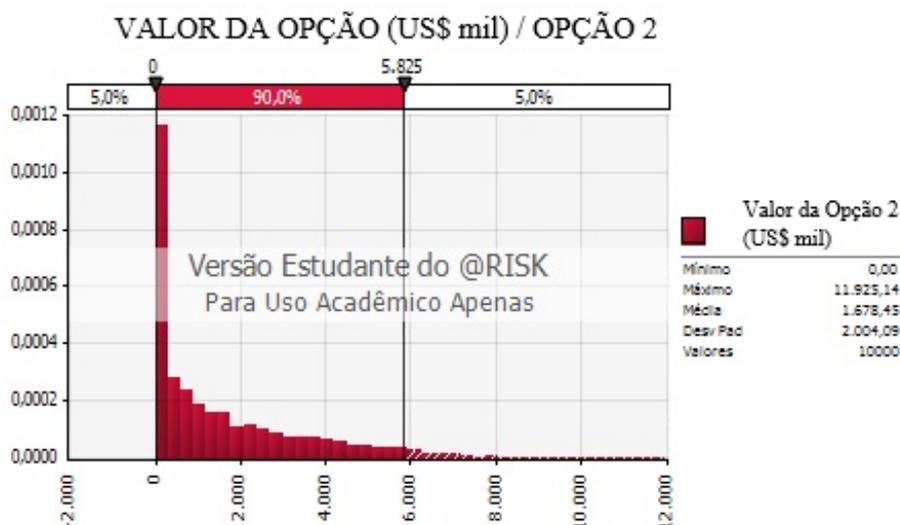


Gráfico 8 - Valoração do Lucro Estocástico – VPL pela TOR (Opção 2)  
 Fonte: Elaboração própria com a utilização @Risk, versão 6.

Assim, observando os resultados dos valores simulados no Gráfico 6, que apresenta os resultados das simulações para o valor da Opção 1 em relação à utilização dos métodos tradicionais, encontra-se US\$ 244,12 mil para o valor desta opção. Realizando outra simulação para o valor da Opção 2 e observando o Gráfico 7, em análise similar, encontra-se US\$ 1.678,45 mil. Portanto, pela TOR, a Opção 2 é mais vantajosa, o que corrobora a análise anterior dos valores (mínimo, máximo e esperado), vis-à-vis às suas probabilidades (baixa e relevante).

Convém destacar ainda que a baixa volatilidade deste estudo de caso diminui o potencial das flexibilidades gerenciais, reduzindo, de início, o valor das Opções para esta dissertação.

#### 4.8.

#### **SMC – Processo Real x Árvore Binomial com Processo Neutro ao Risco (MRM)**

Será realizada uma SMC com Processo Real para delimitação de uma região das curvas de gatilho, objetivando a comparação destes valores com os apresentados na Árvore Binomial Neutra ao Risco – MRM (n=12).

Ainda que pese o fato dos processos neutros ao risco serem teóricos e apresentarem, em geral, valores bem mais conservadores que os processos reais, neste modelo, tal comparação é factível, haja vista a baixa volatilidade apresentada no processo estocástico e em função de tratar-se de um modelo de análise de curto prazo (12 meses).

#### 4.8.1. SMC – Processo Real

A simulação realizada nesta etapa baseia-se no processo real e objetiva a construção de uma região das curvas de gatilho, sob a ótica da expectativa. Esta região será obtida a partir da consolidação dos Gráficos presentes no Anexo 7.3.3.

Portanto, utiliza-se a Equação 21 como equação discreta para este processo estocástico. A equação de discretização em  $t$  ( $\Delta t = 1$ ) é a Equação 29, equação estocástica utilizada na simulação real:

$$c_t = \exp \left\{ \begin{array}{l} \ln(c_{t-1}) \times e^{-0,0357} + \ln(519,15) \times (1 - e^{-0,0357}) \\ + 0,0249 \times \sqrt{\frac{1 - e^{-0,0714}}{0,0714}} N(0,1) - \frac{(0,0249)^2}{0,1428} \cdot (1 - e^{-0,0714}) \end{array} \right\} \quad (29)$$

(Equação Estocástica para aplicação da SMC no Processo Real)

Considerando a Equação 29, toda a parte operacional da simulação dos preços para os próximos 12 meses (a partir de nov-13,  $t=0$ ) é explicitada no Capítulo 7 (Anexos – subseção 7.3.3), no qual estão descritas as tabelas do Excel, *Inputs*, *Outputs*, equações estocásticas e os relatórios do *software @Risk 6.0*, com 10.000 iterações. Utilizaram-se os parâmetros obtidos a partir da série histórica de preços deflacionados da celulose BHKP.

Nesta análise, foram consideradas as seguintes equações estocásticas em um Modelo de MRM Neutro ao Risco para uma unidade produtiva do segmento de papéis para fins sanitários:

a) Preço Estocástico Deflacionado ( $\tilde{p}_t$ ):

$$\tilde{p}_t = c_t \quad (30), \text{ considerando o } c_t \text{ da Equação 29.}$$

b) Lucro Marginal Estocástico ( $\tilde{L}_t$ ):

$$\tilde{L}_t = \tilde{p}_t \tilde{q}_t - c_t \tilde{q}_t \quad (31),$$

considerando a relação da Equação 30 e também que  $\tilde{q}_t$  representa a quantidade estocástica definida por uma Distribuição Triangular especificada nas premissas deste Capítulo e que  $c = 441,87$ .

c) Lucro Marginal Estocástico Limitado a Zero:

$$\text{Lucro Limitado a Zero} = \left( \text{Max}(\tilde{L}_t; 0) \right) \quad (32)$$

A Tabela 4, a seguir, consolida os dados dos preços mínimo e máximo, no período compreendido entre dez-13 e nov-14. Para o preço mínimo, considerou-se o preço no ponto de equilíbrio (“*break even point*”) para todos os 12 meses. Para os valores de preço máximo, entre dez-13 e nov-14, aplicaram-se os valores máximos obtidos nos Gráficos dos Preços estocásticos deflacionados do Anexo 7.3.3.

Faixas de Preço para o Gatilho (US\$/tonelada de BHKP)			
t	mês	preço mínimo (no "break even point")	preço máximo observado na SMC
1	dez-13	441,87	524,38
2	jan-14	441,87	543,42
3	fev-14	441,87	557,23
4	mar-14	441,87	572,89
5	abr-14	441,87	584,04
6	mai-14	441,87	598,97
7	jun-14	441,87	591,77
8	jul-14	441,87	619,03
9	ago-14	441,87	623,09
10	set-14	441,87	623,97
11	out-14	441,87	625,35
12	nov-14	441,87	626,89

Tabela 4 - Faixas de Preço para o Gatilho  
Fonte: Elaboração própria com Excel.

A partir da Tabela 4, anterior, constrói-se o Gráfico 9 a seguir:

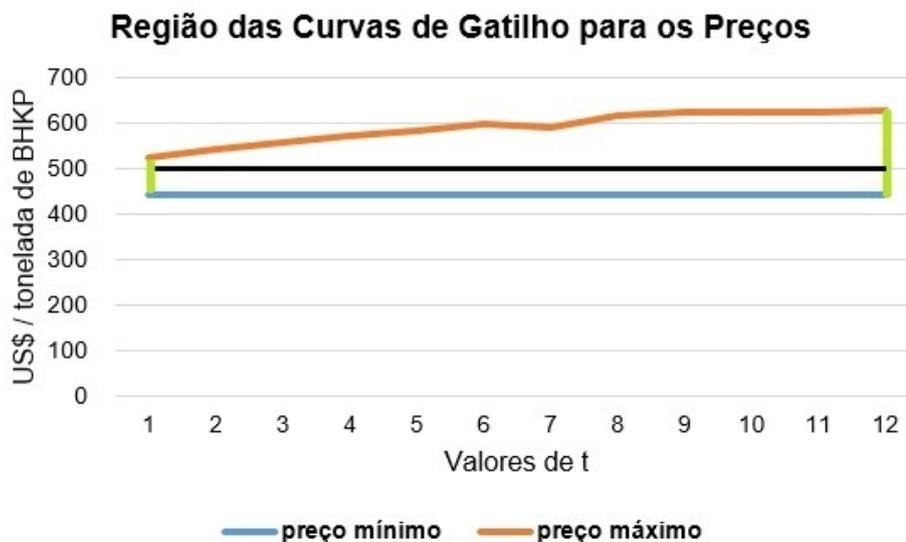


Gráfico 9 - Região das Curvas de Gatilho para os Preços  
 Fonte: Elaboração própria com Excel.

Do Gráfico 9, depreende-se que a região poligonal determinada pelas linhas azul, verde e laranja é a região na qual estão contidas todas as possíveis curvas de gatilho para os preços neste estudo de caso. Os preços mínimo e máximo, entre todos observados nesta região, são, respectivamente, em US\$ / toneladas de BHKP, 441, 87 e 626, 89.

A linha preta do Gráfico 9 representa uma curva de gatilho hipotética, que poderia ser determinada através de uma SMC combinada a uma técnica de otimização, como a de algoritmos genéticos<sup>11</sup>. Como colocado na parte teórica, a curva de gatilho enseja sempre uma regra de decisão ótima, ou seja, nesta curva os valores da opção devem ser sempre exercidos, pois atingiram um nível considerado aceitável para o seu exercício.

Na Tabela 5, a seguir, estão consolidados os dados dos lucros mínimo e máximo, presentes nos Gráficos dos Lucros marginais estocásticos limitados a zero do Anexo 7.3.3, no período de dez-13 a nov-14, para uma unidade produtiva do segmento de papéis para fins sanitários:

<sup>11</sup> Conforme Dias (2014), “o método dos algoritmos genéticos (ramo da computação evolucionária) é uma alternativa de otimização sob incerteza que pode se tornar popular com o aumento da velocidade computacional. Ressalta-se que a computação evolucionária utiliza ideias da Teoria Evolucionista de Darwin com o intuito de evoluir soluções para se chegar ao ótimo ou bem próximo disto.”

Faixas de Lucro para o Gatilho (US\$ mil)			
t	mês	lucro mínimo (no "break even point")	lucro máximo observado na SMC
1	dez-13	0,00	1.277,20
2	jan-14	0,00	1.526,90
3	fev-14	0,00	1.848,87
4	mar-14	0,00	2.022,98
5	abr-14	0,00	2.194,98
6	mai-14	0,00	2.398,09
7	jun-14	0,00	2.341,60
8	jul-14	0,00	2.655,80
9	ago-14	0,00	2.758,01
10	set-14	0,00	2.825,64
11	out-14	0,00	2.719,67
12	nov-14	0,00	2.926,79

Tabela 5 - Faixas de Lucro para o Gatilho  
Fonte: Elaboração própria com Excel.

De modo análogo, a partir da Tabela 5, constrói-se ainda o Gráfico 10 a seguir:

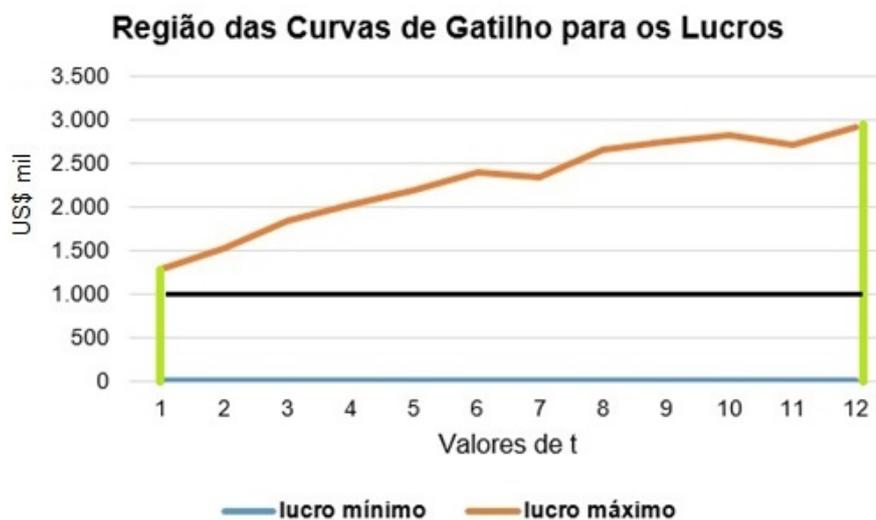


Gráfico 10 - Região das Curvas de Gatilho para os Lucros  
Fonte: Elaboração própria com Excel.

A partir Gráfico 10, verifica-se também que a região poligonal determinada pelas linhas azul, verde e laranja é a região das curvas de gatilho para os lucros neste estudo de caso. Os lucros mínimo e máximo, entre todos observados nesta região, são, respectivamente, em US\$ mil, 0 e 2.926,79.

Analogamente, a linha preta do Gráfico 10 representa também uma curva de gatilho hipotética, que poderia ser determinada através de uma SMC com algoritmos genéticos.

#### 4.8.2. SMC – Árvore Binomial Neutra ao Risco (MRM)

Para a construção da Árvore Binomial<sup>12</sup> Neutra ao Risco com MRM, utiliza-se, como conceito básico, a construção, realizada passo a passo ( $t = 0, 1, \dots, 12$ ), dos nós binomiais (unidades básicas de formação das árvores) de decisão.

Considerando: a)  $p_t$  a probabilidade neutra ao risco de ocorrência de  $u$  (movimento de subida); e b)  $(1 - p_t)$  a probabilidade neutra ao risco de ocorrência de  $d$  (movimento de descida), tem-se, na Tabela 6 a seguir, os parâmetros para aplicação do MRM no Modelo Binomial.

Resumo dos parâmetros para o MRM aplicáveis na Árvore Binomial Neutra ao Risco:

PARÂMETRO	VALORES CALCULADOS PARA O MRM
$\sigma$	0,0249
$r$	0,41%
$u$	0,1249
$d$	0,0751
$p_t$	57,17%
$(1 - p_t)$	42,83%

Tabela 6 - Parâmetros para Árvore Binomial  
Fonte: Elaboração própria.

<sup>12</sup> Conforme exposto no Capítulo 3, Árvore Binomial é uma representação gráfica da evolução de uma variável cujos valores seguem uma Distribuição Binomial e que serve para modelagem de projetos. Supondo ser esta variável o preço de um título entre os instantes  $t$  e  $\Delta t$ , tem-se que o movimento dos preços é sempre dado por dois estados de natureza: um movimento de tendência de subida e outro de descida.

Neste caso, objetivando a aplicação dos parâmetros da Tabela 6, construiu-se a Tabela 7 dos incrementos nos Preços (P) ao longo de 12 meses:

t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
P	u.P	u <sup>2</sup> .P	u <sup>3</sup> .P	u <sup>4</sup> .P	u <sup>5</sup> .P	u <sup>6</sup> .P	u <sup>7</sup> .P	u <sup>8</sup> .P	u <sup>9</sup> .P	u <sup>10</sup> .P	u <sup>11</sup> .P	u <sup>12</sup> .P
-	d.P	u.d.P	u <sup>2</sup> .d.P	u <sup>3</sup> .d.P	u <sup>4</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>6</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>7</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>8</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>9</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>10</sup> .d <sup>1</sup> .P	u <sup>11</sup> .d <sup>1</sup> .P
-	-	d <sup>2</sup> .P	u.d <sup>2</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>6</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>7</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>8</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>9</sup> .d <sup>2</sup> .P	u <sup>10</sup> .d <sup>2</sup> .P
-	-	-	d <sup>3</sup> .P	u.d <sup>3</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>6</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>7</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>8</sup> .d <sup>3</sup> .P	u <sup>9</sup> .d <sup>3</sup> .P
-	-	-	-	d <sup>4</sup> .P	u.d <sup>4</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>4</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>4</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>4</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>4</sup> .P	u <sup>6</sup> .d <sup>4</sup> .P	u <sup>7</sup> .d <sup>4</sup> .P	u <sup>8</sup> .d <sup>4</sup> .P
-	-	-	-	-	d <sup>5</sup> .P	u.d <sup>5</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>5</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>5</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>5</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>5</sup> .P	u <sup>6</sup> .d <sup>5</sup> .P	u <sup>7</sup> .d <sup>5</sup> .P
-	-	-	-	-	-	d <sup>6</sup> .P	u.d <sup>6</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>6</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>6</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>6</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>6</sup> .P	u <sup>6</sup> .d <sup>6</sup> .P
-	-	-	-	-	-	-	d <sup>7</sup> .P	u.d <sup>7</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>7</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>7</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>7</sup> .P	u <sup>5</sup> .d <sup>7</sup> .P
-	-	-	-	-	-	-	-	d <sup>8</sup> .P	u.d <sup>8</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>8</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>8</sup> .P	u <sup>4</sup> .d <sup>8</sup> .P
-	-	-	-	-	-	-	-	-	d <sup>9</sup> .P	u <sup>1</sup> .d <sup>9</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>9</sup> .P	u <sup>3</sup> .d <sup>9</sup> .P
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	d <sup>10</sup> .P	u <sup>1</sup> .d <sup>10</sup> .P	u <sup>2</sup> .d <sup>10</sup> .P
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	d <sup>11</sup> .P	u.d <sup>11</sup> .P
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	d <sup>12</sup> .P

Tabela 7 – Caso geral – Tabela Binomial para n = 12  
Fonte: Elaboração própria.

Para o presente estudo de caso, considerando os dados da Tabela 6 e o desenvolvimento teórico realizado na Tabela 7, constrói-se a Tabela 8 a seguir, utilizando o Excel:

#### Coluna D

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
Linha 5 P =	479,91	59,94	7,49	0,94	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Linha 6 u =	0,1249	36,04	4,50	0,56	0,07	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Linha 7 d =	0,0751	-	2,71	0,34	0,04	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	0,20	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00

Tabela 8 - Análise Binomial Incremental (n = 12) com P<sub>0</sub> = 479,91  
Fonte: Elaboração própria com Excel.

A partir da Tabela 8, pode-se determinar uma faixa de preços através dos incrementos calculados na tabela. Como exemplo de análise de faixa de preços, na Tabela 9, que será posteriormente construída, verificam-se os seguintes preços:

- a)  $P(t = 1) = \text{US\$ } 539,85 / t = 479,91 + 59,94$ , no movimento de subida dos preços, verificado entre  $t = 0$  e  $t = 1$ ; e b)  $P(t = 1) = \text{US\$ } 443,87 / t = 479,91 - 36,04$ , no movimento de descida dos preços, também verificado entre  $t = 0$  e  $t = 1$ . Observa-se ainda que, conforme o passar do tempo, o peso dos incrementos vai se reduzindo nas somas ou subtrações dos nós binomiais. Ressalta-se, na Tabela 8, que os incrementos “zero” das células estão assim escritos pela aproximação para duas casas decimais, pois, na verdade, representam valores bem próximos deste número.

t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12
479,91	539,85	7,49	0,94	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	443,87	4,50	0,56	0,07	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	2,71	0,34	0,04	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	0,20	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00	0,00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00

548,41	Máximo
440,94	Mínimo

Tabela 9 - Análise das faixas de preços pelo Método Binomial

Fonte: Elaboração própria com Excel.

A partir da Tabela 9, pode-se verificar:

- a)  $P(t = 2) = 539,85 + 7,49 = \text{US\$ } 547,34 / t$  para dois movimentos de subida sequenciais;
- b)  $P(t = 2) = 539,85 - 4,50 = \text{US\$ } 535,35 / t$  para um movimento de subida e, logo depois, um de descida;
- c)  $P(t = 2) = 443,87 - 2,71 = \text{US\$ } 441,16 / t$  para dois movimentos de descida sequenciais.

Para realização de uma análise sob a ótica da expectativa, consideram-se, preliminarmente, as seguintes relações matemáticas:

$$\text{i) } p_t = 57,17\% \text{ e } (1 - p_t) = 42,83\%$$

$$\text{ii) } 100\% = p_t + (1 - p_t) \Rightarrow 100\% = (100\%)^2 = [p_t + (1 - p_t)]^2$$

$$\text{iii) } 100\% = (57,17\%)^2 + 2 \cdot (57,17\%) \cdot (42,83\%) + (42,83\%)^2$$

Assim, depreendem-se os seguintes cálculos binomiais:

a) Valor esperado do Preço em  $t = 1$

$$E[P(t=1)] = (539,85) \cdot (57,17\%) + (443,87) \cdot (42,83\%)$$

$$E[P(t=1)] = \text{US\$}498,74 / t$$

b) Valor esperado do Preço em  $t = 2$

$$E[P(t=2)] = (57,17\%)^2 \cdot (547,34) + 2 \cdot (57,17\%) \cdot (42,83\%) \cdot (535,35) + (42,83\%)^2 \cdot (441,16)$$

$$E[P(t=2)] = \text{US\$}521,99 / t$$

De forma análoga, pode-se determinar:  $P(t=3)$ ,  $P(t=4)$ , ...,  $P(t=12)$ , bem como as suas respectivas esperanças, para cada uma das situações explicitadas na Tabela 7, observando ainda a ordem dos movimentos de subida e de descida para associação correta das probabilidades aos seus termos correspondentes. Contudo, para determinação da faixa de preços, interessa-nos apenas os valores mínimo e máximo dos preços observados na Árvore Binomial.

Portanto:

a) Preço mínimo da árvore binomial (sequência de  $n = 12$  movimentos de descida), sua respectiva probabilidade e lucro esperado:

$$P(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot P(t=0)] = 479,91 - \sum_{t=1}^{t=12} [(0,0751)^t \cdot (479,91)]$$

$$P(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot P(t=0)] = \text{US\$}440,94 / t$$

$$\text{Prob} \left\{ P(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot P(t=0)] \right\} = (p_t)^{12} = (57,17\%)^{12} = 0,122\%$$

Considerando  $Q = (3,5\%) \times (442 \text{ mil}) = 15,47 \text{ mil toneladas de celulose}$  (quantidade média produzida por uma unidade produtiva do segmento de papéis para fins sanitários, que possui demanda relativamente estável) e  $C = \text{US\$ } 441,87 / t$  (custo unitário médio de produção).

Assim, o lucro esperado em  $P(t=0)$  é dado por:

$$L(t=0) = L[P(t=0)] = (479,91 - 441,87) \cdot (15,47 \text{ mil}) = \text{US\$ } 588,48 \text{ mil}$$

Desta forma, têm-se que

$$L \left\{ P(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot P(t=0)] \right\} = L(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot L(t=0)]$$

$$L \left\{ P(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot P(t=0)] \right\} = 588,48 \text{ mil} - \sum_{t=1}^{t=12} [(0,0751)^t \cdot (588,48 \text{ mil})]$$

$$L \left\{ P(t=0) - \sum_{t=1}^{t=12} [d^t \cdot P(t=0)] \right\} = \text{US\$ } 540,70 \text{ mil}$$

b) Preço máximo da árvore binomial (sequência de  $n = 12$  movimentos de subida), sua respectiva probabilidade e lucro esperado:

$$P(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot P(t=0)] = 479,91 + \sum_{t=1}^{t=12} [(0,1249)^t \cdot (479,91)]$$

$$P(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot P(t=0)] = \text{US\$ } 548,41 / t$$

$$\text{Prob} \left\{ P(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot P(t=0)] \right\} = (1 - p_t)^{12} = (42,83\%)^{12} = 0,004\%$$

$$L \left\{ P(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot P(t=0)] \right\} = L(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot L(t=0)]$$

$$L \left\{ P(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot P(t=0)] \right\} = 588,48 \text{ mil} + \sum_{t=1}^{t=12} [(0,1249)^t \cdot (588,48 \text{ mil})]$$

$$L \left\{ P(t=0) + \sum_{t=1}^{t=12} [u^t \cdot P(t=0)] \right\} = \text{US\$ } 672,47 \text{ mil}$$

### 4.8.3. SMC – Comparação das Regiões de Gatilho com os Valores da Árvore Binomial

As regiões de gatilho, ao longo dos 12 meses de análise, encontram-se nos seguintes intervalos:

- $441,87 \leq \text{preço da curva de gatilho(US\$ / t)} \leq 626,89$  ; e
- $0 \leq \text{lucro na curva de gatilho(US\$ mil)} \leq 2.926,79 \text{ mil}$  .

Estes intervalos, obtidos em um processo real, são comparados aos determinados pelos valores críticos da Árvore Binomial com processo neutro ao risco, haja vista a baixa volatilidade apresentada e o período em questão ser de curto prazo. Assim, verificam-se as seguintes relações na Árvore Binomial estudada:

- $440,94 \leq \text{preço(US\$ / t)} \leq 548,41$  ; e
- $540,70 \text{ mil} \leq \text{lucro(US\$ mil)} \leq 672,47 \text{ mil}$  .

Ressalta-se que ambos os lucros referem-se a uma unidade produtiva de papéis para fins sanitários.

Portanto, considerando que os valores extremos possuem baixa probabilidade de ocorrência e que o preço de gatilho pode estar um pouco acima da média de longo prazo (US\$ 519,15 / t), mas não muito acima, conclui-se que as faixas de preços apresentadas possuem aderência, ou seja, a faixa de preços determinada pela Árvore Binomial pode ser utilizada como aproximação das Regiões de Gatilho para os preços.

Contudo, isso não se aplica para as faixas de lucros, fato este que não invalida esta análise, pois a quantidade estimada, na Análise Binomial, foi determinística, sendo, assim, um valor médio e pontual e a quantidade estimada para a curva de gatilho seguiu um processo estocástico, abrangendo um número muito maior de possibilidades. Neste sentido, conclui-se que a faixa de lucro obtida na Árvore Binomial é um subconjunto da região de gatilho para os lucros, como também pode ser verificado nas inequações acima.

Ressalta-se que, em uma análise financeira, quanto maior a amplitude dos possíveis resultados, maiores serão as expectativas de retornos e de perdas, o que aumenta o valor de uma opção.

A Análise Binomial e a das Regiões de Gatilho, no âmbito deste estudo de caso, foram utilizadas, individualmente e em conjunto, para exploração de conceitos, validação destes, bem como para modelagem das incertezas e determinação de parâmetros para análise das flexibilidades gerenciais.

#### **4.9.**

#### **Aspectos gerais e resultados do estudo de caso**

Esta dissertação, que se utiliza amplamente de técnicas e de métodos quantitativos, objetiva realizar análises gerais acerca da aplicabilidade do MRM em projetos celulósico-papeleiros no Brasil através da realização de um estudo de caso, metodologia esta de análise qualitativa.

Ressalta-se que, com esta metodologia, busca-se o aprofundamento e a interpretação de aspectos conceituais, empíricos e aplicações práticas de uma unidade para se chegar a conclusões genéricas sobre um conjunto maior, ao qual pertence esta unidade.

A Fibria, pela questão do seu porte no cenário nacional, atende ao critério de ser representativa em relação ao seu setor, no âmbito deste estudo de caso. Destaca-se ainda que as técnicas e os métodos quantitativos foram aplicados neste trabalho, considerando-se um modelo de gerenciamento de curto prazo (12 meses).

Com o embasamento teórico das Opções Reais e com a realização de testes estatísticos específicos, verificou-se, portanto, a aderência deste modelo ao MRM.

As simulações, presentes nesta dissertação, foram realizadas tanto para a análise de preços como para a lucratividade. A análise realizada para os preços estende-se a toda empresa. Já a análise da lucratividade foi feita sob a perspectiva de uma unidade produtiva para fins sanitários, mas, conforme a metodologia de estudo de caso, seus resultados estendem-se também a toda empresa. Observou-se ainda que grande parte dos investimentos realizados apresentam a característica de irreversibilidade.

Os parâmetros estocásticos utilizados nestas simulações foram obtidos, com técnicas de econometria financeira, através de uma série histórica de preços deflacionados da celulose de fibra curta – BHKP, para o mercado europeu (principal mercado da Fibria), considerando o período de 123 meses, entre setembro de 2003 e novembro de 2013, sendo este último mês correspondente ao “ $t = 0$ ” das simulações.

Assim, foram simulados preços e lucros marginais entre dezembro de 2013 ( $t = 1$ ) e novembro de 2014 ( $t = 12$ ), utilizando-se a Técnica de Monte Carlo através do software *@Risk*, versão 6.

Esses parâmetros estocásticos foram ainda considerados na construção da Árvore Binomial Neutra ao Risco com MRM ( $n = 12$ ).

Na realização das Simulações de Monte Carlo (SMC), foram escolhidos, para os *inputs*, distribuições probabilísticas representativas dos movimentos dos preços de dois tipos de processos e, em relação aos *outputs*, selecionaram-se indicadores de performance aplicáveis aos objetivos deste trabalho. Estas simulações subdividiram-se em dois grupos:

- SMC com Processo Neutro ao Risco para avaliação e valoração (impacto da flexibilidade = valor da opção) de opções reais europeias, bem como a captura das flexibilidades e incertezas para a tomada de decisões gerenciais financeiras e de produção; e
- SMC com Processo Real que permite a construção das regiões de gatilho para preços e lucros marginais, que também subsidiam a análise para a tomada de decisões gerenciais financeiras e de produção.

A avaliação e a valoração de Opções, a determinação de Regiões de Gatilho e a construção de Árvores Binomiais representam um conjunto de técnicas e de métodos quantitativos de apoio ao processo decisório, utilizados neste trabalho e que evidenciam ainda a aplicabilidade do MRM nas trajetórias dos preços e dos lucros marginais desta análise.

Portanto, com este estudo de caso, verificam-se as seguintes conclusões e/ou resultados:

- Os dados apresentados seguem caminhos auto-regressivos (dados estacionários), sendo, desta forma, aderentes ao MRM em função da Análise de Regressão e do Teste de Dickey-Fuller realizados. A hipótese inicial de estacionariedade verifica-se também em função da correlação dos dados tender a zero;
- Com a análise dos efeitos da crise financeira internacional (2008/2009) nos preços da celulose, reforça-se o fato de que estes apresentam um processo auto-regressivo, pois os choques de preços tendem a dissipar-se sob a constante força de reversão, gerando, assim, um equilíbrio macroeconômico nestes preços logo após este período crítico;
- A abordagem por Opções Reais, em um modelo de MRM, possui factibilidade neste caso proposto, bem como para todo o setor de celulose e papel. Esta abordagem adequa-se, convenientemente, à captura das incertezas e flexibilidades dos projetos celulósico-papeleiros, como este trabalho constata;
- No processo de avaliação e valoração das opções, a partir da SMC com Processo Neutro ao Risco, a Opção 2 foi destacada como a melhor, do ponto de vista financeiro, pela Análise por Opções Reais, que considerou o VPL dos lucros marginais como métrica;
- Corroborando a conclusão anterior, na identificação dos valores mínimo, máximo e esperado apresentados nos VPLs dinâmicos dos lucros marginais, colocou-se a Opção 2 também como a melhor;
- A Opção 2 foi construída a partir de uma modelagem original e é resultado da combinação de um modelo contínuo com um outro discreto;
- A baixa volatilidade verificada no trabalho reduz o potencial das flexibilidades gerenciais, impactando, assim, na diminuição do valor das Opções;
- A visualização gráfica e a determinação das Regiões de Gatilho, obtidas pela SMC com Processo Real, permitem a comparação destas com os valores críticos obtidos na abordagem binomial. Destaca-se ainda que as Regiões de Gatilho para os preços possuem aderência aos preços críticos da Árvore Binomial;

- Evidenciou-se, neste estudo, a diferença dos efeitos de uma avaliação estocástica (que abrange muito mais possibilidades) em relação a uma avaliação determinística (quantidade estocástica do Processo Real x quantidade determinística da Árvore Binomial);
- Este estudo de caso complementa e/ou reforça alguns aspectos teóricos através da aplicação em uma situação real, característica básica desta metodologia.

## 5 Conclusão

Este trabalho buscou deixar claro que as técnicas tradicionais de avaliação, como o VPL (de abordagem estática) não internalizam as flexibilidades gerenciais dos projetos. Ao contrário, as Opções Reais capturam as flexibilidades, valorando-as<sup>1</sup>, sendo esta uma etapa importante no processo decisório, na medida em que melhor posiciona o gestor ante as diversas variáveis de incerteza.

As Opções, quando exercidas de forma ótima, agregam valor<sup>2</sup> ao projeto, dado o seu consequente aumento de valor.

Como as flexibilidades gerenciais são inerentes às empresas e aos negócios, precisam, portanto, ter o seu conceito cada vez mais incorporado à análise e à gestão dos investimentos de capital para sua valoração dentre as alternativas de investimentos disponíveis. São, desta forma, vetores de agregação de valor. Em relação ao setor estudado<sup>3</sup>, os argumentos sobre a importância das Opções são, assim, exponencializados.

Na literatura sobre Opções Reais, geralmente, em relação aos preços de *commodities*, assumem-se processos estocásticos de MRM.

### 5.1. Considerações finais sobre o estudo de caso

Nesta dissertação, apresentou-se uma aplicação prática às Opções Reais no setor de celulose e papel através da metodologia de estudo de caso (empresa – Fibria), com a identificação e análise de conceitos, a partir do estado da arte sobre este conhecimento.

---

<sup>1</sup> Quantificando os valores subjacentes dos investimentos.

<sup>2</sup> Denomina-se valor agregado: o aumento de valor que acontece, no âmbito de um sistema produtivo, em relação a unidades produtivas, objetos de análise.

<sup>3</sup> O setor de Celulose e papel beneficia-se intensamente da modelagem das condições de incerteza em função das características da sua cadeia produtiva, pois as empresas do setor são integradas verticalmente e intensivas em capital. Além disso, os seus investimentos exigem longa maturação e a escala de produção das suas plantas é alta.

Um dos aspectos básicos em Opções Reais é a determinação dos fatores de incerteza dos investimentos. Nesta dissertação, os preços e as quantidades (em alguns casos) foram analisados como fatores de incerteza, sendo, assim, estocásticos, seguindo um modelo de MRM.

Destaca-se que a simples aplicação das Opções Reais em relação a qualquer investimento já permite a visualização das suas flexibilidades, cujo valor cada vez mais se eleva, conforme as incertezas aumentem. Neste caso, a baixa volatilidade verificada reduz as flexibilidades e diminui o valor das opções.

Os resultados obtidos nesta dissertação, com a aplicação das Opções Reais, não objetivam apenas a solução de problemas em finanças, mas, na verdade, objetivam a observação de como diferentes instrumentos de Opções comportam-se quando são aplicados e confrontados em um modelo de gerenciamento de curto prazo para um processo estocástico de MRM.

Considerando que:

- O problema investigado seção (1.5.1) na pesquisa foi a aderência do MRM aos investimentos de celulose e papel e também a aplicabilidade, para estes investimentos, dos ferramentais da TOR para o setor, considerando o processo estocástico do MRM.
- Houve a validação, conforme as testagens econométricas, em relação à predição dos movimentos dos preços, das quantidades e dos lucros marginais com MRM para o presente estudo de caso.
- Verificou-se uma confrontação entre os resultados obtidos com Opções e os obtidos com VPL estático (método tradicional).
- Conforme a estrutura metodológica desta dissertação, os objetivos intermediários (seção 1.5.2) são adequadamente atingidos, bem como a questão central do problema investigado é respondida com a seção 4.9 da dissertação.

Portanto, com a aplicação do estudo de caso como ferramenta metodológica, conclui-se que a Teoria das Opções Reais é aplicável em investimentos de celulose e papel, considerando os pressupostos da dissertação.

Ressalta-se ainda que, por aqui, abrem-se diversas frentes de estudo em face dos resultados apresentados neste trabalho.

## **5.2. Sugestões para trabalhos futuros**

Com esta dissertação, espera-se a geração de novas possibilidades de estudos com base na teoria desenvolvida e no estudo de caso apresentados, de maneira que, no futuro, outros estudos aprofundem as conclusões aqui colocadas e/ou realizem a análise por Opções Reais para outros setores.

Seguem as seguintes sugestões para trabalhos futuros neste setor:

- Utilização de Opções Reais americanas;
- Aplicação de Algoritmos Genéticos, estendendo os problemas de simulação para problemas de simulação com otimização associada;
- Utilização de modelos binomiais mais complexos, como o da Árvore Bi-variável com Reversão à Média;
- Utilização de um modelo no qual a média de longo prazo seja também uma variável estocástica (fonte de incerteza), ao invés de ser uma constante;
- Aplicação de outros estudos de caso para as demais empresas do setor.

## 6

### Referências bibliográficas

AIUBE, F. A. L. **Modelos quantitativos em finanças com enfoque em commodities**. Porto Alegre: Bookman, 2013.

\_\_\_\_\_.; SAMANEZ, C. P. **On the comparison of Schwartz and Smith's two and three-factor models on commodity prices**. Applied Economics-Taylor & Francis-UK, v. 46, Issue 30, p. 736-3749. Jul. 2014.

ALBUQUERQUE, D. D. E. **Avaliação de Projetos em Petróleo usando Opções Reais: uma comparação entre os modelos “business” e “Rigid cash flow”**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2006.

ALVES, M. J. **Determinação do Preço no Mercado de Energia Elétrica Brasileiro e Valoração de um Derivativo de Energia por simulação Monte Carlo com Aproximação por Algoritmo Genético**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2011.

Associação Brasileira de Celulose e Papel (BRACELPA). **Base de dados da BRACELPA**. Disponível em: <<http://www.bracelpa.com.br>>. Acesso em: 02 mai. 2014.

Associação Brasileira Técnica de Celulose e Papel (ABTCP). **Base de dados da ABTCP**. Disponível em: <<http://www.abtcp.com.br>>. Acesso em: 10 mai. 2014.

Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES). Meio Ambiente - BNDES Setorial 34, p. 203-238, 2011. **Metodologias e técnicas para análise ambiental de projetos**. Disponível em: <[http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes\\_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/bnset/set3406.pdf](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/bnset/set3406.pdf)>. Acesso em: 29 abr. 2014.

BASTIAN PINTO, C. L. **Modelagem de opções reais com processos de Reversão média em tempo discreto: uma aplicação na indústria brasileira de etanol**. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2009.

\_\_\_\_\_.; BRANDÃO, L. E. T. **Modelando Opções de Conversão com Movimento de Reversão à Média**. Revista Brasileira de Finanças, v. 5, n. 2, p. 97-124, Dezembro de 2007.

\_\_\_\_\_.; \_\_\_\_\_.; ALVES, M. L. **The Ethanol Gas Flex Fuel car: What is the option value of choosing your own Fuel?** 12th Annual International Conference on Real Options at PUC-Rio, 8-12 July, 2008.

BIAZUS, A. *et al.* **Panorama de mercado: celulose.** BNDES Setorial 32, Rio de Janeiro, p. 311-370, setembro de 2010. Disponível em: <[http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes\\_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/bnset/set32109.pdf](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/bnset/set32109.pdf)>. Acesso em: 02 mai. 2014.

BLACK F. & SCHOLES M. S. The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency. **Journal of Finance**, May 1972.

\_\_\_\_\_. **The Pricing of Options and Corporate Liabilities.** Journal of Political Economy. v. 81, p. 637-654, 1973.

BOVESPA. **Base de dados da BOVESPA – ISE.** Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoIndice.aspx?Indice=ISE&idioma=pt-br>>. Acesso em: 06 abr. 2014, às 16:04.

BRASIL, H. G. *et al.* **Opções reais: conceitos e aplicações a empresas e negócios.** São Paulo: Saraiva, 2007.

BROBOUSKI, W. J. P. **Teoria das opções reais aplicada a um contrato de parceria florestal com preço mínimo.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná (UFPR). Curitiba, 2004.

BRUNI, A. L. **Estatística aplicada à gestão empresarial.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2013.

BUSCARIOLLI, B.; EMERICK, J. **Econometria com EViews: guia essencial de conceitos e aplicações.** São Paulo: Saint Paul Editora, 2011.

CARVALHO, K. H. A. *et al.* Efeito da área de produtividade na produção de celulose no Brasil. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 36, n. 6, p. 1119-1128, 2012. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010067622012000600012&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010067622012000600012&script=sci_arttext)>. Acesso em: 30 abr. 2014.

COPELAND, T. E.; ANTIKAROV, V. **Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos.** Rio de Janeiro: Editora Campus, 2001.

\_\_\_\_\_. **Real options: A practitioner's guide.** United States of America: Cengage Learning, 2003.

COX, J. C.; ROSS, S.; RUBINSTEIN, M. Options Pricing a Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, v. 3, p. 145-166, 1979.

DIAS, M. A. G. **Análise de investimentos com opções reais.** Notas de aula do curso IND2272. Rio de Janeiro: Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2014.

\_\_\_\_\_. **Investimento sob incerteza em exploração e produção de petróleo.** Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 1996.

\_\_\_\_\_. **Opções Reais Híbridas com Aplicação em Petróleo.** Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2005.

\_\_\_\_\_. **Real Options in Petroleum.** Site desenvolvido pelo Prof. Marco Antônio Guimarães Dias em 2008. Disponível em: <<http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br>>. Acesso em: 21 abr. 2014.

DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. **Investment under Uncertainty**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1994.

\_\_\_\_\_.; \_\_\_\_\_.; **The Options Approach to Capital Investment**. Harvard Business Review, p. 105-115, May-June 1995.

FIBRIA. **Base de dados da Fibria**. Disponível em: <<http://www.fibria.com.br>>. Acesso em: 01 jun. 2014.

\_\_\_\_\_. **Relatório de 2013**. Disponível em: <<http://www.fibria.com.br/relatorio2013/shared/relatorio-de-2013-firmes-no-rumo-7abr2014.pdf>>. Acesso em: 01 jun 2014.

FOEX Indexes. **Base de dados da FOEX Indexes**. Disponível em: <<http://www.foex.fi/index.php?page=pulp-paper>>. Acesso em: 15 dez. 2013.

FROTA, A. E. F. **Avaliação de Opções Americanas Tradicionais e Complexas**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2003.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GREENE, W. H. **Econometric analysis**. New York University, 2003.

GUJARATI, D. N. **Econometria básica**. 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000.

\_\_\_\_\_. **Basic Econometrics**. 4. ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 2004.

HAYKIN, S. **Sistemas de Comunicação Analógicos e Digitais**. 4. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2004.

HULL, J. C. **Opções, Futuros e Outros Derivativos**. 3. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2001.

\_\_\_\_\_. **Options, Futures, and Other Derivatives Securities**. New Jersey: Prentice Hall, 7. ed. 2008.

IBRE (Instituto Brasileiro de Economia) da Fundação Getúlio Vargas (FGV). **Base Dados da IBRE**. Disponível em: <<http://portalibre.fgv.br/main.jsp?lumChannelId402880811D8E34B9011D92B6160B0D7D>>. Acesso em: 15 dez. 2013.

IRANI. **Base de dados da Irani**. Disponível em: <<http://www.irani.com.br>>. Acesso em: 05 jun. 2014.

KLABIN. **Base de dados da Klabin**. Disponível em: <<http://www.klabin.com.br>>. Acesso em: 02/06/2014, às 15:46.

KODUKULA, P.; PAPUDESU, C. **Project Valuation Using Real Options**. U.S.A.: J. Ross Publishing, 2006.

KULATILAKA, N. **The Value of Flexibility: the Case of a Dual-Fuel Industrial Steam Boiler**. Financial Management, v. 33, p. 255-240, 1993.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2001.

LEVI, S. H. G. **Avaliação econômica de projetos de exploração florestal**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 1996.

MERTON, R. Theory of Rational Option Pricing. **Bell Journal of Economics and Management Science**, v.4, n.1, p. 141-183, 1973.

MEYER, P. L. **Probabilidade: aplicações à estatística**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

NASCIMENTO, C. C. **O valor da opção do carro Flex por região geográfica do Brasil**: uma aplicação da TOR com MRM. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2012.

NETO, P. L. O. C.; BEKMAN, O. R. **Análise Estatística da Decisão**. 2. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2009.

OZORIO, L. M. *et al.* **Reversão à média com tendência e opções reais na siderurgia**. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/view/3591>>. Acesso em: 08 mai. 2014.

PANTOJA, C. S. **Teoria das Opções Reais**: Uma Abordagem em Energia Eólica. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2013.

PESSOA, R. L.; NETO, A. R. P. **Um modelo de otimização baseada em simulação para alocação de mão-de-obra em projetos de pintura de torres eólicas**. Disponível em: <[http://www.researchgate.net/publication/260136530\\_UM\\_MODELO\\_DE\\_OTIMIZAO\\_BASEADA\\_EM\\_SIMULAO\\_PARA\\_ALOCAO\\_DE\\_MO-DE-OBRA\\_EM\\_PROJETOS\\_DE\\_PINTURA\\_DE\\_TORRES\\_ELICA](http://www.researchgate.net/publication/260136530_UM_MODELO_DE_OTIMIZAO_BASEADA_EM_SIMULAO_PARA_ALOCAO_DE_MO-DE-OBRA_EM_PROJETOS_DE_PINTURA_DE_TORRES_ELICA)>. Acesso em: 14 mai. 2014.

PINDYCK, R. S. The Long Run Evolution of Energy Prices. **The Energy Journal**. v. 20, n. 2, p. 1-27, 1999.

\_\_\_\_\_.; RUBINFELD, D. L. **Econometric Models and Econometric Forecasts**. 3. ed. New York: Mac Graw-Hill, 1991.

RAMOS, A. P. S. **Avaliação de flexibilidade gerencial na pecuária de corte com a teoria de opções reais**. Disponível em: <[http://www.anpad.org.br/admin/pdf /2013\\_EnANPAD\\_FIN785.pdf](http://www.anpad.org.br/admin/pdf /2013_EnANPAD_FIN785.pdf)>. Acesso em: 04 jun. 2014.

RODRIGUES, C. X. A. **O valor da flexibilidade aplicando TOR e MRM com saltos de Poisson**: o caso do carro flex-fuel. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2012.

RODRIGUEZ, L. C. E. *et al.* **Rotações de eucaliptos mais longas: análise volumétrica e econômica.** Disponível em: <<http://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr51/cap2.pdf>>. Acesso em: 28 mai. 2014.

SAMANEZ, C. P. **Gestão de Investimentos e Geração de Valor.** 1. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

\_\_\_\_\_. COSTA, L. A. Avaliação de opções de swing em contratos de gás natural usando o modelo de dois fatores. **Revista Produção**, v. 24, n. 4, p.760-775. Abr. 2013.

\_\_\_\_\_. *et al.* **Avaliação da opção de troca de combustível no carro brasileiro flex: um estudo por região geográfica usando teoria de opções reais e simulação estocástica.** Disponível em: <[http://www.scielo.br/pdf/prod/v24n3/aop\\_prod0796.pdf](http://www.scielo.br/pdf/prod/v24n3/aop_prod0796.pdf)>. Acesso em: 28 mai. 2014.

\_\_\_\_\_. *et al.* **Evaluating the economy embedded in the Brazilian ethanol-gasoline flex-fuel car: a Real Options approach.** Applied Economics-Taylor & Francis-UK, v. 36, Issue 14, p. 1565-1581. Feb. 2014.

SCHWARTZ, E. S. **The Stochastic Behavior of Commodities Prices: Implications for Valuation and Hedging,** *Journal of Finance*, v. 52, n. 3, p. 923-973. 1997.

SERVIÇO NACIONAL DE APRENDIZAGEM INDUSTRIAL (São Paulo). **Celulose (Série informações tecnológicas; área de celulose e papel).** Senai-SP Editora, 2013.

SHOCKLEY JR, R. L. **An applied course in real options valuation.** United States of America: Thomson South-Western, 2007.

SUZANO. **Base de dados da Suzano.** Disponível em: <<http://www.suzano.com.br/portal/grupo-suzano.htm>>. Acesso em: 09 jun. 2014.

TRIGEORGIS, L. **Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation.** The MIT Press, Cambridge, 1996.

YIN, R. K. **Case Study Research: Design and Methods.** 4. ed. Sage Publications of London, 2009.

## 7 Anexos

### 7.1. Algumas definições adicionais na etapa industrial do processo produtivo da celulose

São elas:

- a) Processo *Kraft* – Processo *Kraft* ou Soda é o processo químico mais utilizado pelo setor, que consiste, inicialmente, no cozimento de cavacos de madeira a 150° C com adição de Sulfeto de Sódio e de Soda Cáustica ( $\text{Na}_2\text{S} + \text{NaOH}$ ). *Kraft* – significa força em alemão – refere-se à boa resistência do papel produzido;
- b) Deslignificação química ou cozimento – consiste na remoção de lignina da madeira com a utilização do licor branco (solução aquosa de  $\text{Na}_2\text{S} + \text{NaOH}$ ) no digestor da madeira. A polpa e o licor negro são subprodutos expelidos pelo digestor no final do processo de cozimento. Com a polpação, verifica-se também a separação das fibras de madeira. Logo depois desse processo, segue a depuração e a lavagem para remoção de fibras não cozidas e de impurezas da polpa. Convém destacar que o licor negro é o principal e mais problemático resíduo sob o ponto de vista ambiental para a indústria de celulose e papel;
- c) Deslignificação com oxigênio – consiste na remoção do conteúdo da lignina da polpa que alimenta a planta de branqueamento e no envio da lignina dissolvida ao sistema de recuperação (na caldeira de recuperação química ocorrem, em um modelo bem simplificado, as seguintes reações: licor negro → licor verde → licor branco);
- d) Sistema Fechado – baseia-se no reaproveitamento de resíduos gerados no processo através da utilização de caldeiras de recuperação;
- e) Águas residuárias – destaca-se que os compostos orgânicos halogenados (AOX), a Demanda Bioquímica de Oxigênio ( $\text{DBO}_5$ ) e a Demanda Química de Oxigênio (DQO) são os principais e mais impactantes componentes das águas residuárias sob o ponto de vista ambiental.

## 7.2. Dados utilizados

Preços da celulose BHKP, para o mercado europeu, considerando o período entre Setembro de 2003 e Novembro de 2013.

Séries Históricas dos preços da celulose - BHKP e dos seus logaritmos naturais (Ln)			Índices Econométricos para o deflacionamento entre set-03 e nov-13			Preços da celulose - BHKP deflacionados e logaritmos naturais (Ln) destes preços	
Mês	Preço não deflac. de BHKP (US\$/ton)	Ln do preço não deflac. de BHKP (US\$/ton)	IGP-DI (%)	Número Índice Mensal	Deflador para set-03	Preço deflac. de BHKP (US\$/ton)	Ln do preço deflac. de BHKP (US\$/ton)
set/03	495,19	6,204942	1,05	1,0105	1,0000	495,19	6,204942
out/03	514,89	6,243953	0,44	1,0044	1,0044	512,63	6,239563
nov/03	508,63	6,231721	0,48	1,0048	1,0092	503,99	6,222563
dez/03	512,82	6,239925	0,60	1,0060	1,0152	505,14	6,224839
jan/04	498,96	6,212526	0,80	1,0080	1,0232	487,65	6,189591
fev/04	513,81	6,241854	1,08	1,0108	1,0340	496,91	6,208419
mar/04	516,80	6,247656	0,93	1,0093	1,0433	495,35	6,205267
abr/04	542,58	6,296336	1,15	1,0115	1,0548	514,39	6,242984
mai/04	551,28	6,312243	1,46	1,0146	1,0694	515,50	6,245145
jun/04	557,94	6,324251	1,29	1,0129	1,0823	515,51	6,245163
jul/04	553,72	6,316659	1,14	1,0114	1,0937	506,28	6,227093
ago/04	531,00	6,274762	1,31	1,0131	1,1068	479,76	6,173289
set/04	511,42	6,237191	0,48	1,0048	1,1116	460,08	6,131391
out/04	488,46	6,191258	0,53	1,0053	1,1169	437,34	6,080701
nov/04	483,17	6,180369	0,82	1,0082	1,1251	429,45	6,062497
dez/04	510,31	6,235018	0,52	1,0052	1,1303	451,48	6,112535
jan/05	529,24	6,271442	0,33	1,0033	1,1336	466,87	6,146044
fev/05	544,30	6,299501	0,40	1,0040	1,1376	478,46	6,170580
mar/05	550,63	6,311063	0,99	1,0099	1,1475	479,85	6,173477
abr/05	582,77	6,367793	0,51	1,0051	1,1526	505,61	6,225772
mai/05	597,51	6,392771	-0,25	0,9975	1,1501	519,53	6,252922
jun/05	594,52	6,387754	-0,45	0,9955	1,1456	518,96	6,251826
jul/05	594,18	6,387182	-0,40	0,9960	1,1416	520,48	6,254752
ago/05	593,75	6,386458	-0,79	0,9921	1,1337	523,73	6,260972
set/05	589,87	6,379902	-0,13	0,9987	1,1324	520,90	6,255563
out/05	587,07	6,375144	0,63	1,0063	1,1387	515,56	6,245257

nov/05	591,12	6,382019	0,33	1,0033	1,1420	517,62	6,249238
dez/05	588,60	6,377747	0,07	1,0007	1,1427	515,10	6,244353
jan/06	588,97	6,378375	0,72	1,0072	1,1499	512,19	6,238700
fev/06	601,08	6,398728	-0,06	0,9994	1,1493	523,00	6,259575
mar/06	613,43	6,419066	-0,45	0,9955	1,1448	535,84	6,283836
abr/06	619,35	6,428671	0,02	1,0002	1,1450	540,92	6,293266
mai/06	620,16	6,429978	0,38	1,0038	1,1488	539,83	6,291260
jun/06	638,20	6,458652	0,67	1,0067	1,1555	552,32	6,314119
jul/06	640,06	6,461562	0,17	1,0017	1,1572	553,11	6,315559
ago/06	654,12	6,483291	0,41	1,0041	1,1613	563,27	6,333751
set/06	658,87	6,490526	0,24	1,0024	1,1637	566,19	6,338922
out/06	660,00	6,492240	0,81	1,0081	1,1718	563,24	6,333699
nov/06	663,25	6,497152	0,57	1,0057	1,1775	563,27	6,333758
dez/06	671,29	6,509201	0,26	1,0026	1,1801	568,84	6,343602
jan/07	670,79	6,508456	0,43	1,0043	1,1844	566,35	6,339220
fev/07	671,25	6,509142	0,23	1,0023	1,1867	565,64	6,337965
mar/07	670,34	6,507785	0,22	1,0022	1,1889	563,83	6,334757
abr/07	671,12	6,508948	0,14	1,0014	1,1903	563,82	6,334743
mai/07	671,29	6,509201	0,16	1,0016	1,1919	563,21	6,333653
jun/07	679,31	6,521078	0,26	1,0026	1,1945	568,70	6,343350
jul/07	697,65	6,547718	0,37	1,0037	1,1982	582,25	6,366897
ago/07	706,28	6,560012	1,39	1,0139	1,2121	582,69	6,367657
set/07	719,53	6,578598	1,17	1,0117	1,2238	587,95	6,376637
out/07	720,00	6,579251	0,75	1,0075	1,2313	584,75	6,371181
nov/07	750,00	6,620073	1,05	1,0105	1,2418	603,96	6,403511
dez/07	750,00	6,620073	1,47	1,0147	1,2565	596,90	6,391743
jan/08	778,01	6,656739	0,99	1,0099	1,2664	614,35	6,420561
fev/08	780,00	6,659294	0,38	1,0038	1,2702	614,08	6,420120
mar/08	800,00	6,684612	0,70	1,0070	1,2772	626,37	6,439942
abr/08	800,00	6,684612	1,12	1,0112	1,2884	620,93	6,431211
mai/08	839,46	6,732759	1,88	1,0188	1,3072	642,18	6,464871
jun/08	840,00	6,733402	1,89	1,0189	1,3261	633,44	6,451160
jul/08	840,00	6,733402	1,12	1,0112	1,3373	628,13	6,442749
ago/08	840,00	6,733402	-0,38	0,9962	1,3335	629,92	6,445595
set/08	835,75	6,728330	0,36	1,0036	1,3371	625,05	6,437826
out/08	796,67	6,680441	1,09	1,0109	1,3480	591,00	6,381819
nov/08	731,32	6,594851	0,07	1,0007	1,3487	542,24	6,295710
dez/08	654,07	6,483214	-0,44	0,9956	1,3443	486,55	6,187341
jan/09	576,83	6,357548	0,01	1,0001	1,3444	429,06	6,061600
fev/09	546,46	6,303461	-0,13	0,9987	1,3431	406,86	6,008481
mar/09	516,49	6,247056	-0,84	0,9916	1,3347	386,97	5,958349
abr/09	488,12	6,190561	0,04	1,0004	1,3351	365,61	5,901555
mai/09	483,05	6,180120	0,18	1,0018	1,3369	361,32	5,889767

jun/09	496,19	6,206959	-0,32	0,9968	1,3337	372,04	5,919002
jul/09	514,51	6,243215	-0,64	0,9936	1,3273	387,64	5,960068
ago/09	529,31	6,271574	0,09	1,0009	1,3282	398,52	5,987750
set/09	558,47	6,325201	0,25	1,0025	1,3307	419,68	6,039496
out/09	606,77	6,408150	-0,04	0,9996	1,3303	456,12	6,122745
nov/09	648,39	6,474492	0,07	1,0007	1,3310	487,15	6,188562
dez/09	698,61	6,549093	-0,11	0,9989	1,3299	525,31	6,263989
jan/10	700,00	6,551080	1,01	1,0101	1,3400	522,39	6,258411
fev/10	728,38	6,590823	1,09	1,0109	1,3509	539,18	6,290052
mar/10	758,21	6,630960	0,63	1,0063	1,3572	558,66	6,325537
abr/10	798,38	6,682585	0,72	1,0072	1,3644	585,15	6,371870
mai/10	839,72	6,733069	1,57	1,0157	1,3801	608,45	6,410913
jun/10	886,98	6,787822	0,34	1,0034	1,3835	641,11	6,463206
jul/10	919,89	6,824254	0,22	1,0022	1,3857	663,84	6,498049
ago/10	918,46	6,822698	1,10	1,0110	1,3967	657,59	6,488586
set/10	870,00	6,768493	1,10	1,0110	1,4077	618,03	6,426536
out/10	870,00	6,768493	1,03	1,0103	1,4180	613,54	6,419246
nov/10	870,00	6,768493	1,58	1,0158	1,4338	606,78	6,408165
dez/10	864,50	6,762151	0,38	1,0038	1,4376	601,35	6,399176
jan/11	849,16	6,744248	0,98	1,0098	1,4474	586,68	6,374479
fev/11	848,35	6,743293	0,96	1,0096	1,4570	582,26	6,366914
mar/11	847,93	6,742798	0,61	1,0061	1,4631	579,54	6,362241
abr/11	849,75	6,744942	0,50	1,0050	1,4681	578,81	6,360973
mai/11	875,51	6,774807	0,01	1,0001	1,4682	596,32	6,390769
jun/11	876,31	6,775720	-0,13	0,9987	1,4669	597,39	6,392569
jul/11	870,16	6,768677	-0,05	0,9995	1,4664	593,40	6,385867
ago/11	840,81	6,734366	0,61	1,0061	1,4725	571,01	6,347404
set/11	805,52	6,691488	0,75	1,0075	1,4800	544,27	6,299446
out/11	761,14	6,634817	0,40	1,0040	1,4840	512,90	6,240076
nov/11	715,80	6,573401	0,43	1,0043	1,4883	480,95	6,175766
dez/11	651,23	6,478863	-0,16	0,9984	1,4867	438,04	6,082304
jan/12	648,85	6,475202	0,30	1,0030	1,4897	435,56	6,076627
fev/12	684,49	6,528674	0,07	1,0007	1,4904	459,27	6,129629
mar/12	729,14	6,591866	0,56	1,0056	1,4960	487,39	6,189071
abr/12	755,84	6,627830	1,02	1,0102	1,5062	501,82	6,218240
mai/12	759,86	6,633134	0,91	1,0091	1,5153	501,46	6,217521
jun/12	784,53	6,665085	0,69	1,0069	1,5222	515,39	6,244928
jul/12	781,13	6,660742	1,52	1,0152	1,5374	508,09	6,230649
ago/12	769,16	6,645299	1,29	1,0129	1,5503	496,14	6,206851
set/12	755,34	6,627168	0,88	1,0088	1,5591	484,47	6,183059
out/12	747,20	6,616333	-0,31	0,9969	1,5560	480,21	6,174214
nov/12	763,32	6,637677	0,25	1,0025	1,5585	489,78	6,193954
dez/12	773,42	6,650822	0,66	1,0066	1,5651	494,17	6,202873

jan/13	775,31	6,653263	0,31	1,0031	1,5682	494,39	6,203334
fev/13	785,68	6,666550	0,20	1,0020	1,5702	500,37	6,215347
mar/13	792,36	6,675016	0,31	1,0031	1,5733	503,63	6,221841
abr/13	802,09	6,687221	-0,06	0,9994	1,5727	510,01	6,234427
mai/13	811,87	6,699340	0,32	1,0032	1,5759	515,18	6,244514
jun/13	819,07	6,708170	0,76	1,0076	1,5835	517,25	6,248532
jul/13	811,99	6,699488	0,14	1,0014	1,5849	512,33	6,238967
ago/13	795,97	6,679561	0,46	1,0046	1,5895	500,77	6,216142
set/13	780,36	6,659755	1,36	1,0136	1,6031	486,78	6,187816
out/13	770,11	6,646533	0,63	1,0063	1,6094	478,51	6,170672
nov/13	768,88	6,644935	0,28	1,0028	1,6122	476,91	6,167335

### 7.3.

#### Simulações no @Risk

##### 7.3.1.

#### Introdução ao @Risk – Add-In do Microsoft Excel para Simulação e Análise de Riscos

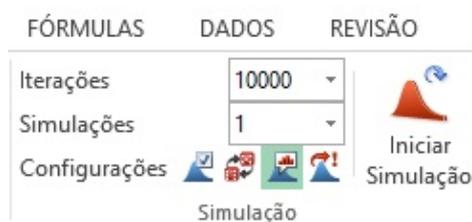
O @Risk é um Add-In para o Microsoft Excel, ou seja, funciona de modo integrado às planilhas do Excel. Assim, as variáveis a serem modeladas e analisadas por este *software* encontram-se especificadas nas células das planilhas do Excel.

Segundo informações dos tutoriais da Palisade Corporation (<http://www.palisade-br.com/risk/>), “o @Risk (pronunciado "atrisk" em inglês) executa análise de risco por meio da Simulação de Monte Carlo para mostrar vários resultados possíveis no modelo da planilha – e informar a probabilidade de ocorrência dos mesmos. O programa efetua os cálculos, matemática e objetivamente, e permite rastrear diversos possíveis cenários futuros; em seguida, ele informa as probabilidades e riscos associados a cada cenário. Isso significa que o seu usuário tem condições de avaliar que riscos deseja tomar ou evitar, e, com base nisso, tomar as melhores decisões possíveis em situações de incerteza. O @Risk 6 foi traduzido para o português. Assim, todos os seus menus, caixas de diálogos, arquivos de ajuda e exemplos são apresentados neste idioma.”

Segue a figura a seguir, que contém as barras de menus e de ferramentas do @Risk 6 (versão em português), utilizadas na modelagem e Análise de Risco no Microsoft Excel:



Ressalta-se que, nas simulações realizadas no *@Risk* para este trabalho, foram sempre consideradas 10.000 iterações ( $n = 10.000$ ). Esta especificação é feita no *software* da seguinte forma:



Segundo a Palisade, a execução das análises com o *@Risk* envolve, basicamente, três etapas:

- i. **Definição do modelo.** Os valores incertos da planilha Excel devem ser substituídos pelas funções de distribuição de probabilidade do *@Risk*<sup>1</sup>, como as distribuições Lognormal, Normal ou Triangular. Estas distribuições representam uma faixa de possíveis valores que uma célula pode conter (modelo estocástico), não estando, portanto, a célula restrita a apenas um caso (modelo determinístico). A escolha da distribuição pode ser feita com base na galeria gráfica ou nos dados históricos dos *inputs*. As distribuições de *inputs* podem ser correlacionadas entre si, individualmente ou em série temporal. Em seguida, deve-se selecionar os *outputs* — as células “resultados líquidos”, cujos valores são objeto da análise pelo *@Risk*. Estas células podem representar, por exemplo, faixas de valores para lucros potenciais ou retornos sobre os investimentos.
- ii. **Execução da simulação.** Deve-se clicar no botão Iniciar Simulação e observar. O *@Risk* recalcula a planilha do modelo milhares de vezes. Em cada cálculo, o *@Risk* usa uma amostra de valores aleatórios baseada nas

<sup>1</sup>O *@Risk* possui mais de 50 funções de distribuição de probabilidade, que, efetivamente, são funções do Excel; funcionam da mesma forma que as funções nativas do Excel e lhe proporcionam total flexibilidade na modelagem.

funções do *@Risk* que foram inseridas; o programa coloca essas amostras no modelo estabelecido e registra os resultados produzidos através de gráficos e de relatórios para cada uma das células dos *outputs*. Estes gráficos e relatórios atualizam-se, instantaneamente, à medida que a simulação é executada.

- iii. **Interpretação e análise dos riscos.** O resultado de uma simulação fornece um conjunto de cenários que abrangem toda uma faixa de resultados possíveis, indicando, inclusive, a probabilidade de ocorrência para cada resultado. Assim, podem ser gerados gráficos dos resultados na forma de histogramas, gráficos de dispersão e curvas cumulativas, entre outros gráficos, para interpretação e apresentação dos dados simulados. Por exemplo, histogramas de curvas cumulativas mostram a probabilidade de ocorrência de diferentes resultados. Fatores críticos podem ser ainda identificados através de gráficos de tornado e análises de sensibilidade. Uma análise de sensibilidade classifica as funções de distribuição dos *inputs* de um modelo, conforme o efeito que produzem nos *outputs*.

As funções do *@Risk* e as correlações dos modelos podem ser sumarizadas – com miniaturas de gráficos – na janela Modelo do *@Risk*, de maneira que os gráficos aparecerem, instantaneamente, à medida que se navega pelas células das planilhas do Excel.

Todos os resultados das simulações referentes a *outputs* e a *inputs* são resumidos – com miniaturas de gráficos – na janela tipo painel de controle Resumo de Resultados do *@Risk* e os resultados das simulações podem ser salvos em uma pasta de trabalho do Excel.

Em síntese, conceitualmente, toda simulação no *@Risk* apresenta as seguintes operações básicas:

- ✓ Seleção de intervalo de valores que satisfaçam às propriedades das funções de distribuição de probabilidade contidas nas células e fórmulas das planilhas Excel; e
- ✓ Recálculos (iterações) na planilha Excel, utilizando sempre novos valores.

### 7.3.2. Simulações no @Risk–Processo Neutro ao Risco

fx =EXP(LN(H5)\*\$G\$23+(LN(\$H\$21)-\$G\$31)\*(\$G\$25)-(((\$G\$28\*(\$I\$21^2)))/(4\*\$F\$21))+\$I\$21\*RAIZ((\$G\$28/(2\*\$F\$21)))\*RiskNormal(0;1))

	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	INPUTS	INPUTS	INPUTS	INPUTS	INPUTS	INPUTS	PARCELAS PARA OUTPUTS	PARCELAS PARA OUTPUTS	PARCELAS PARA OUTPUTS
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Parcela do VPL em t=t <sub>0</sub> sem opção	Parcela do VPL em t=t <sub>0</sub> com opção 1	Parcela do VPL em t=t <sub>0</sub> com opção 2	
0	nov-13	476,91	-	-	-	-	-	-	
1	dez-13	476,27	15	441,87	530,51	528,34	528,34	528,34	
2	jan-14	475,65	15	441,87	520,94	516,68	516,68	516,68	
3	fev-14	475,05	15	441,87	511,72	505,46	505,46	505,46	
4	mar-14	474,48	15	441,87	502,83	494,65	494,65	494,65	
5	abr-14	473,92	15	441,87	494,26	484,24	484,24	484,24	
6	mai-14	473,38	15	441,87	486,01	474,20	474,20	474,20	
7	jun-14	472,87	15	441,87	478,05	464,53	464,53	464,53	
8	jul-14	472,37	15	441,87	470,38	455,20	455,20	455,20	
9	ago-14	471,89	15	441,87	462,99	446,22	446,22	453,01	
10	set-14	471,43	15	441,87	455,86	437,55	437,55	451,16	
11	out-14	470,98	15	441,87	448,99	429,19	429,19	449,32	
12	nov-14	470,56	15	441,87	442,37	421,13	421,13	447,48	

#### Tabelas no Excel para Simulação:

fx =3,5%\*RiskTriang(406;442;474)

	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	INPUTS	INPUTS	INPUTS	INPUTS	INPUTS	INPUTS	PARCELAS PARA OUTPUTS	PARCELAS PARA OUTPUTS	PARCELAS PARA OUTPUTS
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Parcela do VPL em t=t <sub>0</sub> sem opção	Parcela do VPL em t=t <sub>0</sub> com opção 1	Parcela do VPL em t=t <sub>0</sub> com opção 2	
0	nov-13	476,91	-	-	-	-	-	-	
1	dez-13	476,27	15	441,87	530,51	528,34	528,34	528,34	
2	jan-14	475,65	15	441,87	520,94	516,68	516,68	516,68	
3	fev-14	475,05	15	441,87	511,72	505,46	505,46	505,46	
4	mar-14	474,48	15	441,87	502,83	494,65	494,65	494,65	
5	abr-14	473,92	15	441,87	494,26	484,24	484,24	484,24	
6	mai-14	473,38	15	441,87	486,01	474,20	474,20	474,20	
7	jun-14	472,87	15	441,87	478,05	464,53	464,53	464,53	
8	jul-14	472,37	15	441,87	470,38	455,20	455,20	455,20	
9	ago-14	471,89	15	441,87	462,99	446,22	446,22	453,01	
10	set-14	471,43	15	441,87	455,86	437,55	437,55	451,16	
11	out-14	470,98	15	441,87	448,99	429,19	429,19	449,32	
12	nov-14	470,56	15	441,87	442,37	421,13	421,13	447,48	

## Inputs, Outputs e Fórmulas Estocásticas:

Inputs para todos os VPLs e valores de opção:									
Input 1 (preços estocást.)		=	EXP(LN(pt-1)*0,9649 +LN(519,15)- 0,1148)*( 0,0351)- ((0,0689*(0,0249^2))/(4*0,0357))+0,0249*RAIZ((0,0689/(2*0,0357)))*RiskNormal(0;1)						
Input 2 (quant. estoc.)		=	3,5%*RiskTriang(406;442;474)						
Input 3 (custo variável)	valor constante		441,87						
Input 4 (lucros estocást.)									
Input 5 (tempo)	t								
Input para VPL e Valor da Opção1: 0 (zero)									
Input para VPL e Valor da Opção2: 470*(1+r)^(-t)									
Os Outputs são expressos pela fórmula: =RiskOutput()+equação discretizada/distribuição de probabilidades/valores determinísticos									

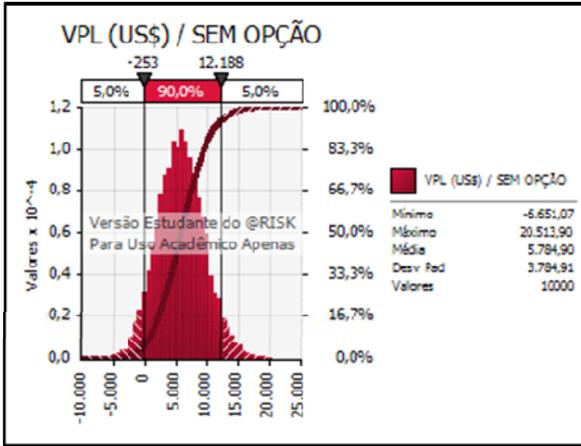
$\eta$	$\Delta t$	$\bar{x}$	$\sigma$	$r = \pi$	VPL (US\$)	SEM OPÇÃO	COM OPÇÃO 1	COM OPÇÃO 2	OUTPUTS
0,0357	1	519,15	0,0249	0,41%		5.657,39	5.657,39	5.724,26	OUTPUTS
					VALOR DA OPÇÃO (US\$)	-	-	66,87	OUTPUTS
					FLEXIBILIDADE = Valor _ Opção = $VPL_{com\_opção} - VPL_{sem\_opção}$				
$e^{-r\Delta t}$	0,9649				Equação Discretizada do Lucro Estocástico				
$(1 - e^{-r\Delta t})$	0,0351				$\tilde{L}_t = \tilde{p}_t q_t - c q_t$				
$(1 - e^{-2r\Delta t})$	0,0689				FÓRMULAS PARA O VPL				
$\frac{(\mu - r)}{\eta} = \frac{\pi}{\eta}$	0,1148				$VPL_{tradicional} = \sum_1^{12} (\tilde{L}_t e^{-rt})$ $VPL_{opção1} = \sum_1^{12} [Max(\tilde{L}_t e^{-rt}, 0)]$ $VPL_{opção2} = \sum_1^{12} [Max(\tilde{L}_t e^{-rt}; 470.(1+r)^{-t})]$				

## Relatórios das Simulações:

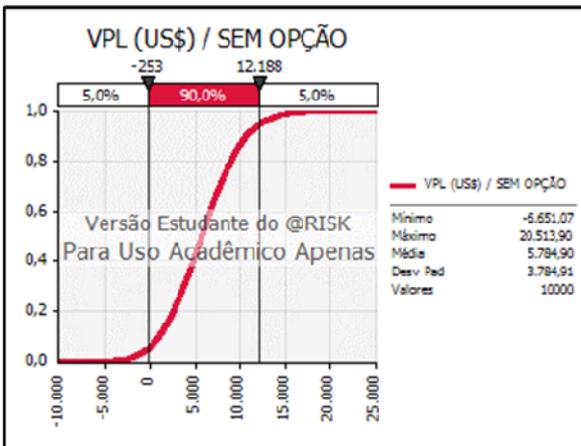
### Relatório Output do @RISK para VPL (US\$) / SEM OPÇÃO

Executado por: Samuel Cardoso

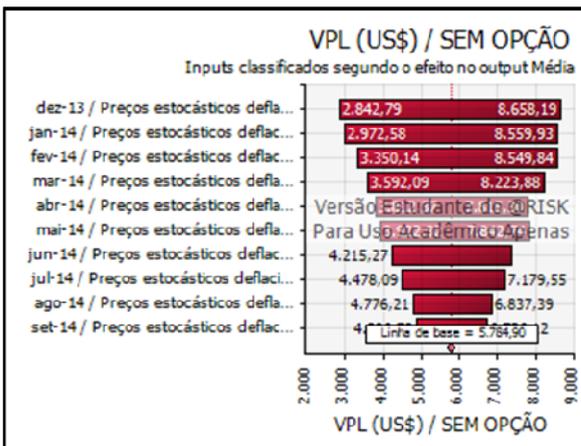
Data: terça-feira, 29 de julho de 2014 16:40:25



Resumo de informação da simulação	
Nome da planilha	Planilha com as Simulaçõ
Número de Simulações	1
Número de Iterações	13000
Número de Inputs	24
Número de Outputs	23
Tipo de Amostragem	Hipercurso Latino
Tempo de Início da simulação	23/07/2014 16:08
Duração de Simulação	03:00:41
Gerador de Aleatório	Mersenne Twister
Semente aleatória	252505368



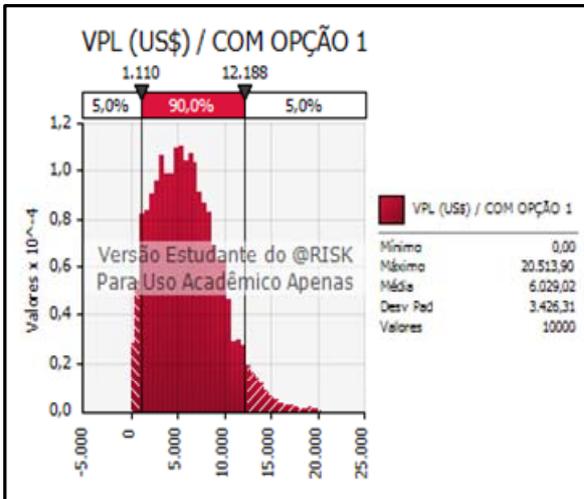
Sumário Estatístico para VPL (US\$) / SEM OPÇÃO			
Estatísticas		Percentil	
Mínimo	- 6.651,07	5%	- 252,81
Máximo	20.513,90	10%	986,49
Média	5.784,90	15%	1.843,06
Desv Pad	3.784,91	20%	2.547,95
Variancia	1432563,58	25%	3.446,35
Assimetria	0,164307764	30%	3.710,92
Curtose	3,35174944	35%	4.265,74
Mediana	5.712,37	40%	4.756,13
Moda	4.719,85	45%	5.239,67
X Esquerda	- 252,81	50%	5.712,37
F Pequena	5%	55%	6.197,59
X Direita	12.188,37	60%	6.666,57
F Direita	95%	65%	7.154,97
Dif X	12.441,18	70%	7.699,36
Dif F	90%	75%	8.284,32
Erros	0	80%	8.936,57
Filtrar Min	Desligado	85%	9.677,09
Filtrar Max	Desligado	90%	10.541,27
Filtrados	0	95%	12.188,37



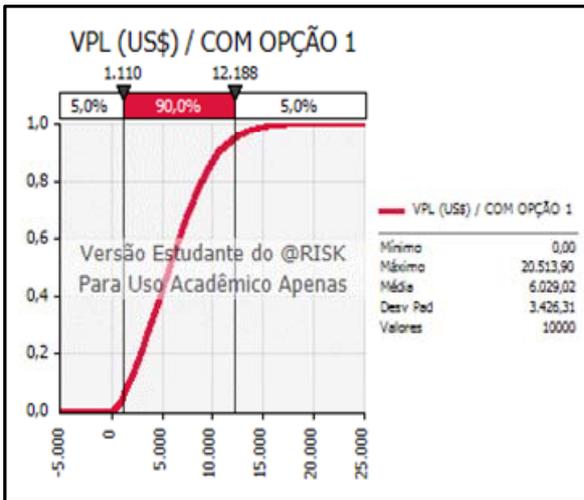
Mudança na estatística de output de VPL (US\$) / SEM OPÇÃO			
Posição	Nome	Inferior	Superior
1	dez-13 / Preços e	2.842,79	8.658,19
2	jan-14 / Preços e	2.972,58	8.559,93
3	fev-14 / Preços e	3.350,14	8.549,84
4	mar-14 / Preços e	3.592,09	8.223,88
5	abr-14 / Preços e	3.812,37	7.815,30
6	ma-14 / Preços e	3.922,92	7.842,74
7	jun-14 / Preços e	4.215,27	7.378,37
8	jul-14 / Preços e	4.478,09	7.179,55
9	ago-14 / Preços e	4.776,21	6.837,39
10	set-14 / Preços e	4.896,70	6.726,12

# Relatório Output do @RISK para VPL (US\$) / COM OPÇÃO 1

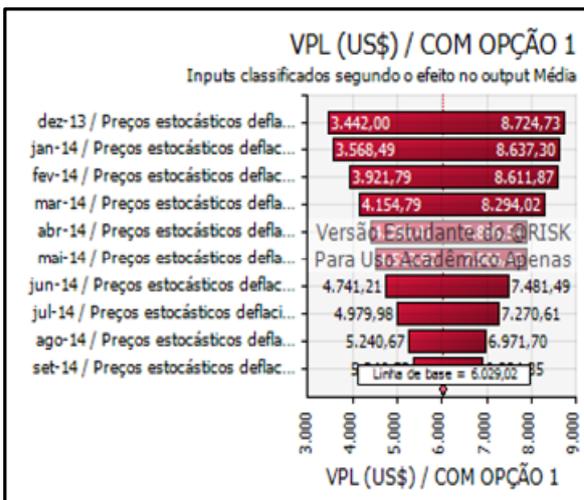
Executado por: Samuel Cardoso  
 Data: terça-feira, 29 de julho de 2014 16:53:01



Resumo de informação da simulação	
Nome da planilha	Planilha com as Simulaçõ
Número de Simulações	1
Número de Iterações	10000
Número de Inputs	24
Número de Outputs	29
Tipo de Amostragem	Hipercubo Latino
Tempo de início da simulação	29/07/2014 16:08
Duração da Simulação	00:00:41
Gerador de Aleatório	Mersenne Twister
Semente aleatória	252505368



Sumário Estatístico para VPL (US\$) / COM OPÇÃO			
Estatísticas		Percentil	
Mínimo	-	5%	1.109,83
Máximo	20.513,90	10%	1.705,04
Média	6.029,02	15%	2.315,94
Desv Pad	3.426,31	20%	2.840,48
Variância	11739620,85	25%	3.317,51
Assimetria	0,55539118	30%	3.819,25
Curtose	3,011324902	35%	4.345,05
Mediana	5.731,04	40%	4.800,19
Moda	5.597,22	45%	5.264,65
X Esquerda	1.109,83	50%	5.731,04
P Esquerda	5%	55%	6.202,62
X Direita	12.188,37	60%	6.670,04
P Direita	95%	65%	7.157,15
Dif X	11.078,54	70%	7.699,55
Dif P	90%	75%	8.284,32
Erros	0	80%	8.936,57
Filtrar Min	Desligado	85%	9.677,09
Filtrar Max	Desligado	90%	10.541,27
Filtrados	0	95%	12.188,37

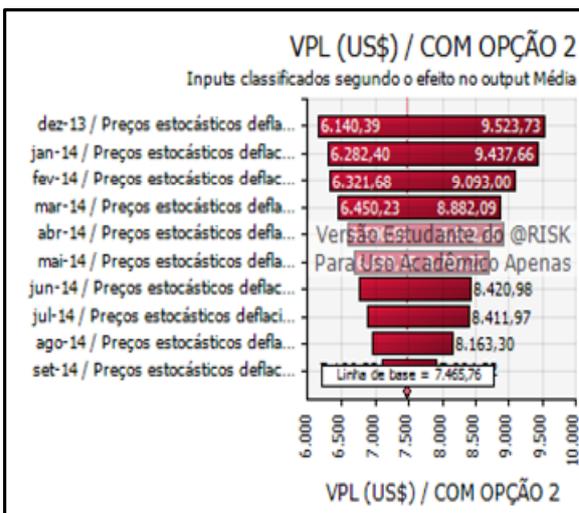
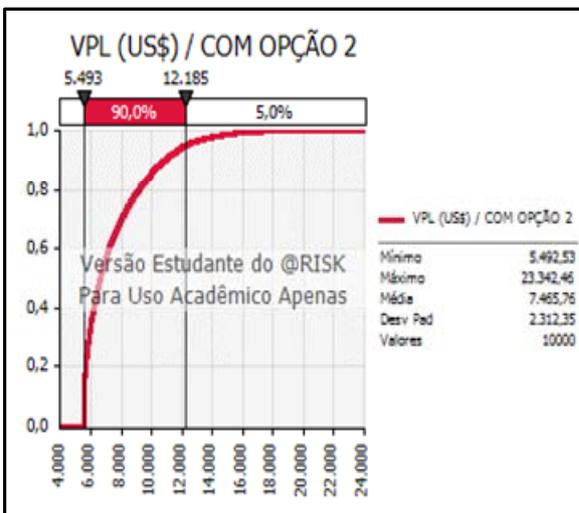
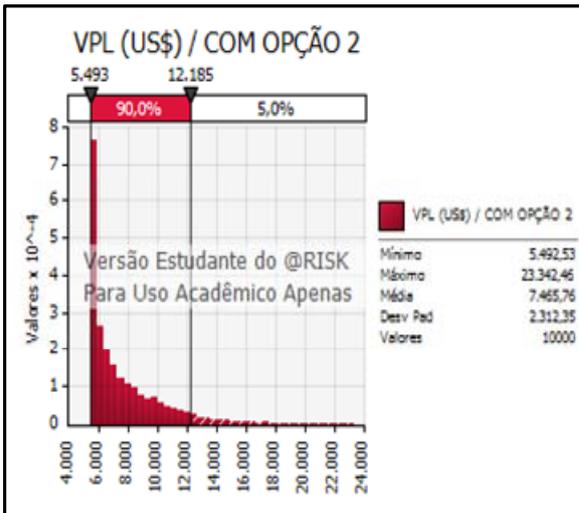


Mudança na estatística de output de VPL (US\$) /			
Posto	Nome	Inferior	Superior
1	dez-13 / Preços e	3.442,00	8.724,73
2	jan-14 / Preços e	3.568,49	8.637,30
3	fev-14 / Preços e	3.921,79	8.611,87
4	mar-14 / Preços e	4.154,79	8.294,02
5	abr-14 / Preços e	4.390,41	7.896,54
6	mai-14 / Preços e	4.513,92	7.906,42
7	jun-14 / Preços e	4.741,21	7.481,49
8	jul-14 / Preços e	4.979,98	7.270,61
9	ago-14 / Preços e	5.240,67	6.971,70
10	set-14 / Preços e	5.346,53	6.884,35

## Relatório Output do @RISK para VPL (US\$) / COM OPÇÃO 2

Executado por: Samuel Cardoso

Data: quinta-feira, 31 de julho de 2014 01:34:34



### Resumo de informação da simulação

Nome da planilha	Planilha com as Simulaçõ
Número de Simulações	1
Número de Iterações	10000
Número de Inputs	24
Número de Outputs	5
Tipo de Amostragem	Hipercubo Latino
Tempo de início da simulação	31/07/2014 01:50
Duração da Simulação	00:00:41
Gerador de Aleatório	Mersenne Twister
Semente aleatória	909567933

### Sumário Estatístico para VPL (US\$) / COM OPÇÃO 2

Estatísticas		Percentil	
Mínimo	5.492,53	5%	5.492,53
Máximo	23.342,46	10%	5.492,53
Média	7.465,76	15%	5.541,91
Desv Pad	2.312,35	20%	5.612,89
Variância	5346972,188	25%	5.706,17
Assimetria	1,639689568	30%	5.818,65
Curtose	5,873517849	35%	5.967,82
Mediana	6.566,58	40%	6.151,17
Moda	5.492,53	45%	6.345,50
X Esquerda	5.492,53	50%	6.566,58
P Esquerda	5%	55%	6.843,66
X Direita	12.184,96	60%	7.155,35
P Direita	95%	65%	7.527,38
DifX	6.692,43	70%	7.980,68
DifP	90%	75%	8.495,49
Erros	0	80%	9.124,41
Filtrar Min	Desligado	85%	9.865,45
Filtrar Max	Desligado	90%	10.812,83
Filtrados	0	95%	12.184,96

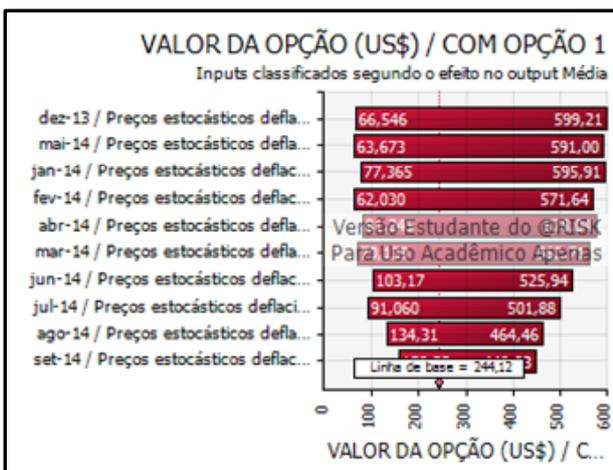
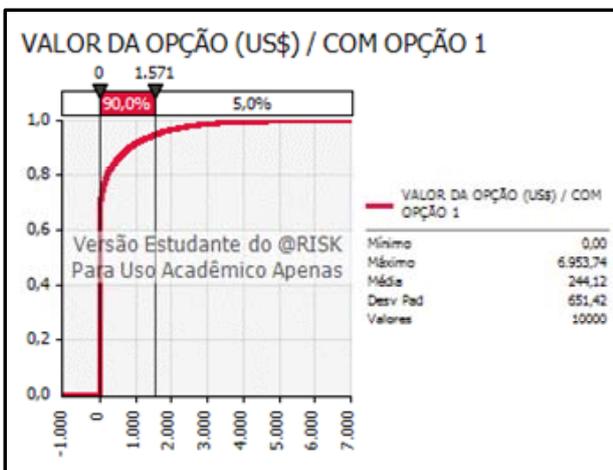
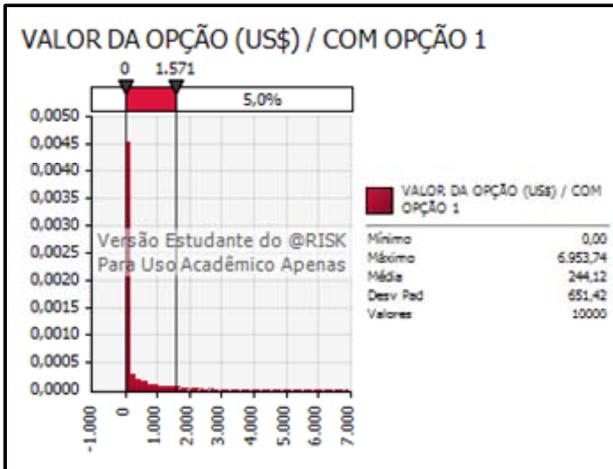
### Mudança na estatística de output de VPL (US\$) /

Posto	Nome	Inferior	Superior
1	dez-13 / Preços e	6.140,39	9.523,73
2	jan-14 / Preços e	6.282,40	9.437,66
3	fev-14 / Preços e	6.321,68	9.093,00
4	mar-14 / Preços e	6.450,23	8.882,09
5	abr-14 / Preços e	6.590,93	8.932,35
6	mai-14 / Preços e	6.689,35	8.700,22
7	jun-14 / Preços e	6.753,90	8.420,98
8	jul-14 / Preços e	6.874,53	8.411,97
9	ago-14 / Preços e	6.958,31	8.163,30
10	set-14 / Preços e	7.106,32	7.904,22

## Relatório Output do @RISK para VALOR DA OPÇÃO (US\$) / COM OPÇÃO 1

Executado por: Samuel Cardoso

Data: terça-feira, 29 de julho de 2014 17:11:54



### Resumo de informação da simulação

Nome da planilha	Planilha com as Simulaçõ
Número de Simulações	1
Número de Iterações	10000
Número de Inputs	24
Número de Outputs	29
Tipo de Amostragem	Hipercubo Latino
Tempo de início da simulação	29/07/2014 16:08
Duração da Simulação	00:00:41
Gerador de Aleatório	Mersenne Twister
Semente aleatória	252505368

### Sumário Estatístico para VALOR DA OPÇÃO (US\$)

Estatísticas	Percentil		
Mínimo	-	5%	-
Máximo	6.953,74	10%	-
Média	244,12	15%	-
Desv Pad	651,42	20%	-
Variância	424348,7842	25%	-
Assimetria	4,104338695	30%	-
Curtose	24,05395239	35%	-
Mediana	-	40%	-
Moda	-	45%	-
X Esquerda	-	50%	-
P Esquerda	5%	55%	-
X Direito	1.571,30	60%	-
P Direito	95%	65%	-
DifX	1.571,30	70%	20,64
DifP	90%	75%	94,74
Erros	0	80%	214,82
Filtrar Min	Desligado	85%	445,35
Filtrar Max	Desligado	90%	815,48
Filtrados	0	95%	1.571,30

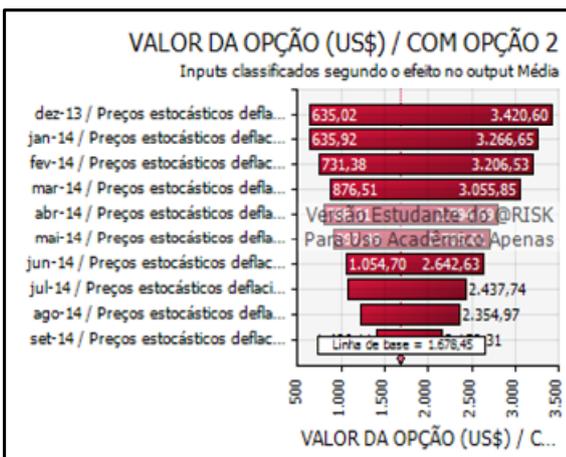
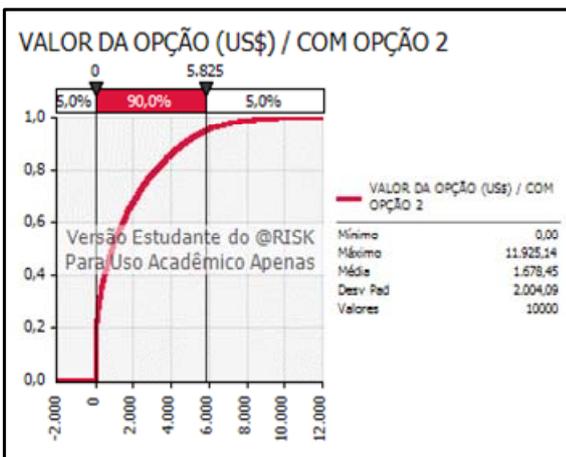
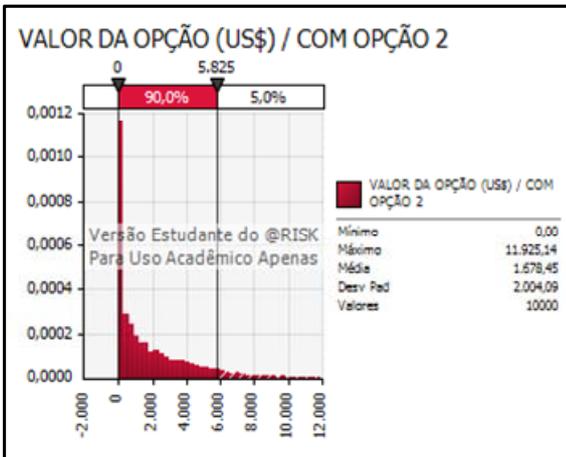
### Mudança na estatística de output de VALOR DA O

Posto	Nome	Inferior	Superior
1	dez-13 / Preços e	66,55	599,21
2	mai-14 / Preços e	63,67	591,00
3	jan-14 / Preços e	77,37	595,91
4	fev-14 / Preços e	62,03	571,64
5	abr-14 / Preços e	81,24	578,04
6	mar-14 / Preços e	70,14	562,71
7	jun-14 / Preços e	103,17	525,94
8	jul-14 / Preços es	91,06	501,88
9	ago-14 / Preços e	134,31	464,46
10	set-14 / Preços e	158,23	449,83

## Relatório Output do @RISK para VALOR DA OPÇÃO (US\$) / COM OPÇÃO 2

Executado por: Samuel Cardoso

Data: quinta-feira, 31 de julho de 2014 01:53:30



Resumo de informação da simulação	
Nome da planilha	Planilha com as Simulaçõ
Número de Simulações	1
Número de Iterações	10000
Número de Inputs	24
Número de Outputs	5
Tipo de Amostragem	Hipercubo Latino
Tempo de início da simulação	31/07/2014 01:50
Duração da Simulação	00:00:41
Gerador de Aleatório	Mersenne Twister
Semente aleatória	909567933

Sumário Estatístico para VALOR DA OPÇÃO (US\$)			
Estatísticas		Percentil	
Mínimo	-	5%	-
Máximo	11.925,14	10%	-
Média	1.678,45	15%	-
Desv Pad	2.004,09	20%	36,82
Variância	4016392,26	25%	105,76
Assimetria	1,493142138	30%	192,27
Curtose	4,961920603	35%	306,21
Mediana	871,86	40%	470,26
Moda	-	45%	664,78
X Esquerda	-	50%	871,86
P Esquerda	5%	55%	1.128,81
X Direito	5.824,78	60%	1.442,93
P Direito	95%	65%	1.750,80
Dif X	5.824,78	70%	2.181,16
Dif P	90%	75%	2.598,13
Erros	0	80%	3.192,74
Filtrar Min	Desligado	85%	3.844,03
Filtrar Max	Desligado	90%	4.671,82
Filtrados	0	95%	5.824,78

Mudança na estatística de output de VALOR DA O			
Posto	Nome	Inferior	Superior
1	dez-13 / Preços e	635,02	3.420,60
2	jan-14 / Preços e	635,92	3.266,65
3	fev-14 / Preços e	731,38	3.206,53
4	mar-14 / Preços e	876,51	3.055,85
5	abr-14 / Preços e	1.054,70	2.794,69
6	mai-14 / Preços e	897,49	2.705,01
7	jun-14 / Preços e	1.054,70	2.642,63
8	jul-14 / Preços es	1.071,40	2.437,74
9	ago-14 / Preços e	1.219,44	2.354,97
10	set-14 / Preços e	1.406,11	2.159,31

### 7.3.3 - Simulações no @Risk–Processo Real

#### Tabelas no Excel para Simulação:

(a)	(b)	INPUTS/OUTPUTS	INPUTS	INPUTS	OUTPUTS	OUTPUTS
t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Lucro marginal estocástico limitado a zero
0	nov-13	476,91	-	-	-	-
1	dez-13	478,19	15	441,87	560,15	560,15
2	jan-14	479,43	15	441,87	579,23	579,23
3	fev-14	480,62	15	441,87	597,68	597,68
4	mar-14	481,78	15	441,87	615,53	615,53
5	abr-14	482,90	15	441,87	632,79	632,79
6	mai-14	483,98	15	441,87	649,49	649,49
7	jun-14	485,03	15	441,87	665,63	665,63
8	jul-14	486,04	15	441,87	681,25	681,25
9	ago-14	487,02	15	441,87	696,34	696,34
10	set-14	487,97	15	441,87	710,94	710,94
11	out-14	488,88	15	441,87	725,05	725,05
12	nov-14	489,77	15	441,87	738,69	738,69

$\text{RiskOutput}() + \text{EXP}(\text{LN}(\text{H5}) * \$\text{G}\$23 + (\text{LN}(\text{H}\$21)) * (\text{G}\$25) - ((\text{G}\$28 * (\text{H}\$21^2)) / (4 * \text{F}\$21)) + \text{H}\$21 * \text{RAIZ}((\text{G}\$28 / (2 * \text{F}\$21)))) * \text{RiskNormal}(0;1)$

E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Lucro marginal estocástico limitado a zero				
0	nov-13	476,91	-	-	-	-				
1	dez-13	478,19	15	441,87	560,15	560,15				
2	jan-14	479,43	15	441,87	579,23	579,23				
3	fev-14	480,62	15	441,87	597,68	597,68				
4	mar-14	481,78	15	441,87	615,53	615,53				
5	abr-14	482,90	15	441,87	632,79	632,79				
6	mai-14	483,98	15	441,87	649,49	649,49				
7	jun-14	485,03	15	441,87	665,63	665,63				
8	jul-14	486,04	15	441,87	681,25	681,25				
9	ago-14	487,02	15	441,87	696,34	696,34				
10	set-14	487,97	15	441,87	710,94	710,94				
11	out-14	488,88	15	441,87	725,05	725,05				
12	nov-14	489,77	15	441,87	738,69	738,69				
	$\eta$	$\Delta t$	$\bar{x}$	$\sigma$						
	0,0357	1	519,15	0,0249						

$=3,5\%*\text{RiskTriang}(406;442;474)$

E	F	G	H	I	J	K	L	M
	t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP ( $t=1,\dots,12$ )	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Lucro marginal estocástico limitado a zero	
	0	nov-13	476,91	-	-	-		
	1	dez-13	478,19	15	441,87	560,15	560,15	
	2	jan-14	479,43	15	441,87	579,23	579,23	
	3	fev-14	480,62	15	441,87	597,68	597,68	
	4	mar-14	481,78	15	441,87	615,53	615,53	
	5	abr-14	482,90	15	441,87	632,79	632,79	
	6	mai-14	483,98	15	441,87	649,49	649,49	
	7	jun-14	485,03	15	441,87	665,63	665,63	
	8	jul-14	486,04	15	441,87	681,25	681,25	
	9	ago-14	487,02	15	441,87	696,34	696,34	
	10	set-14	487,97	15	441,87	710,94	710,94	
	11	out-14	488,88	15	441,87	725,05	725,05	
	12	nov-14	489,77	15	441,87	738,69	738,69	
	$\eta$	$\Delta t$	$\bar{x}$	$\sigma$				
	0,0357	1	519,15	0,0249				

$=\text{RiskOutput}()+H6*16-J6*16$

E	F	G	H	I	J	K	L	M
	t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP ( $t=1,\dots,12$ )	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Lucro marginal estocástico limitado a zero	
	0	nov-13	476,91	-	-	-		
	1	dez-13	478,19	15	441,87	560,15	560,15	
	2	jan-14	479,43	15	441,87	579,23	579,23	
	3	fev-14	480,62	15	441,87	597,68	597,68	
	4	mar-14	481,78	15	441,87	615,53	615,53	
	5	abr-14	482,90	15	441,87	632,79	632,79	
	6	mai-14	483,98	15	441,87	649,49	649,49	
	7	jun-14	485,03	15	441,87	665,63	665,63	
	8	jul-14	486,04	15	441,87	681,25	681,25	
	9	ago-14	487,02	15	441,87	696,34	696,34	
	10	set-14	487,97	15	441,87	710,94	710,94	
	11	out-14	488,88	15	441,87	725,05	725,05	
	12	nov-14	489,77	15	441,87	738,69	738,69	
	$\eta$	$\Delta t$	$\bar{x}$	$\sigma$				
	0,0357	1	519,15	0,0249				

fx =RiskOutput()+max(H6\*16-J6\*16;0)

E	F	G	H	I	J	K	L	M
	t	Mês	Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)	Quantidades marginais estocásticas (3,5%) - distribuição triangular (406; 442; 474)	Custo de produção unitário (valor constante)	Lucro marginal estocástico	Lucro marginal estocástico limitado a zero	
	0	nov-13	476,91	-	-	-		
	1	dez-13	478,19	15	441,87	560,15	560,15	
	2	jan-14	479,43	15	441,87	579,23	579,23	
	3	fev-14	480,62	15	441,87	597,68	597,68	
	4	mar-14	481,78	15	441,87	615,53	615,53	
	5	abr-14	482,90	15	441,87	632,79	632,79	
	6	mai-14	483,98	15	441,87	649,49	649,49	
	7	jun-14	485,03	15	441,87	665,63	665,63	
	8	jul-14	486,04	15	441,87	681,25	681,25	
	9	ago-14	487,02	15	441,87	696,34	696,34	
	10	set-14	487,97	15	441,87	710,94	710,94	
	11	out-14	488,88	15	441,87	725,05	725,05	
	12	nov-14	489,77	15	441,87	738,69	738,69	
	$\eta$	$\Delta t$	$\bar{x}$	$\sigma$				
	0,0357	1	519,15	0,0249				

Inputs para o lucro marginal estocástico -  $\tilde{L}_t = \tilde{p}_t \cdot \tilde{q}_t - c \cdot \tilde{q}_t$   
 e para lucro marginal estocástico limitado a zero -  $Max(\tilde{L}_t; 0)$

Input 1	preços estocásticos:	$EXP(LN(p_{t-1}) * 0,9649 + (LN(519,15)) * (0,0351) - ((0,0689 * (0,0249^2)) / (4 * 0,0357)) + 0,0249 * RAIZ((0,0689 / (2 * 0,0357)))) * RiskNormal(0;1)$
Input 2	quantidades estocásticas:	$3,5\% * RiskTriang(406;442;474)$
Input 3	custos variáveis constantes	441,87

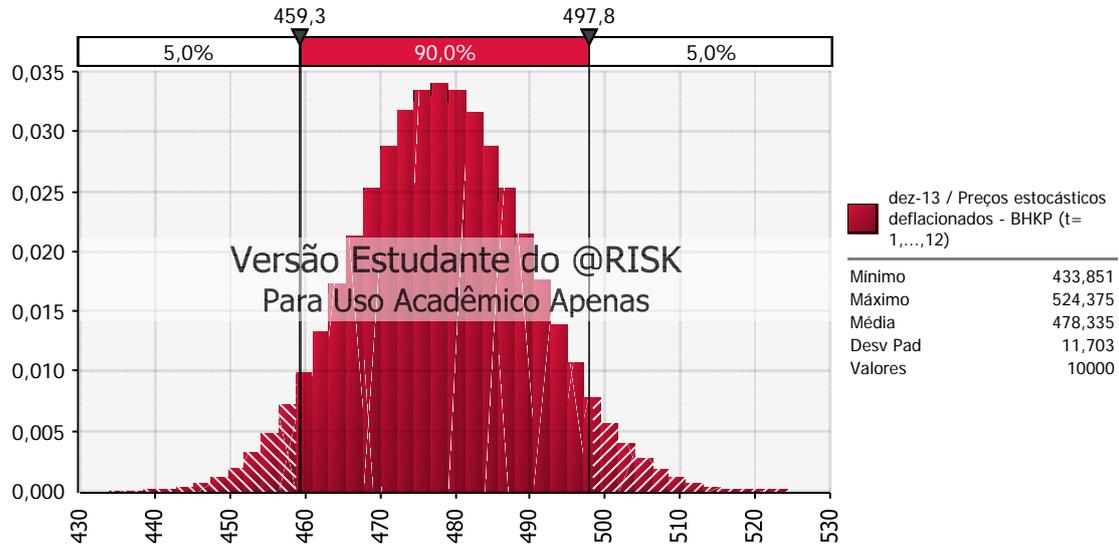
Os Outputs são expressos pela fórmula: = RiskOutput()+equação discretizada/distribuição de probabilidades/valores determinísticos

### Inputs, Outputs e Fórmulas Estocásticas:

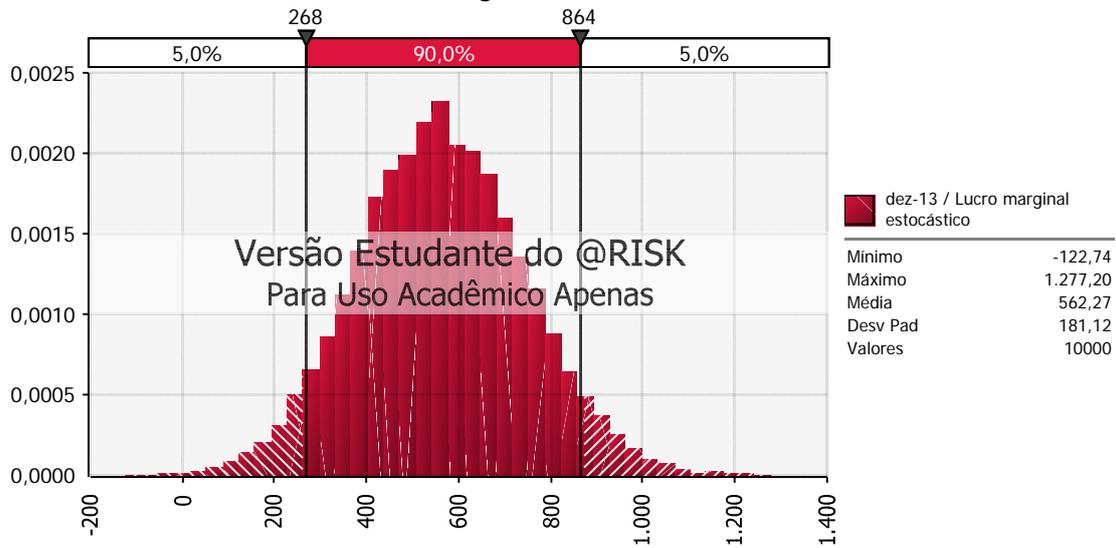
$\eta$	$\Delta t$	$\bar{x}$	$\sigma$
0,0357	1	519,15	0,0249
$e^{-\eta \Delta t}$	0,9649		
$(1 - e^{-\eta \Delta t})$	0,0351		Equação Discretizada do Lucro Estocástico
$(1 - e^{-2\eta \Delta t})$	0,0689		$\tilde{L}_t = \tilde{p}_t \cdot \tilde{q}_t - c \cdot \tilde{q}_t$

## Gráficos:

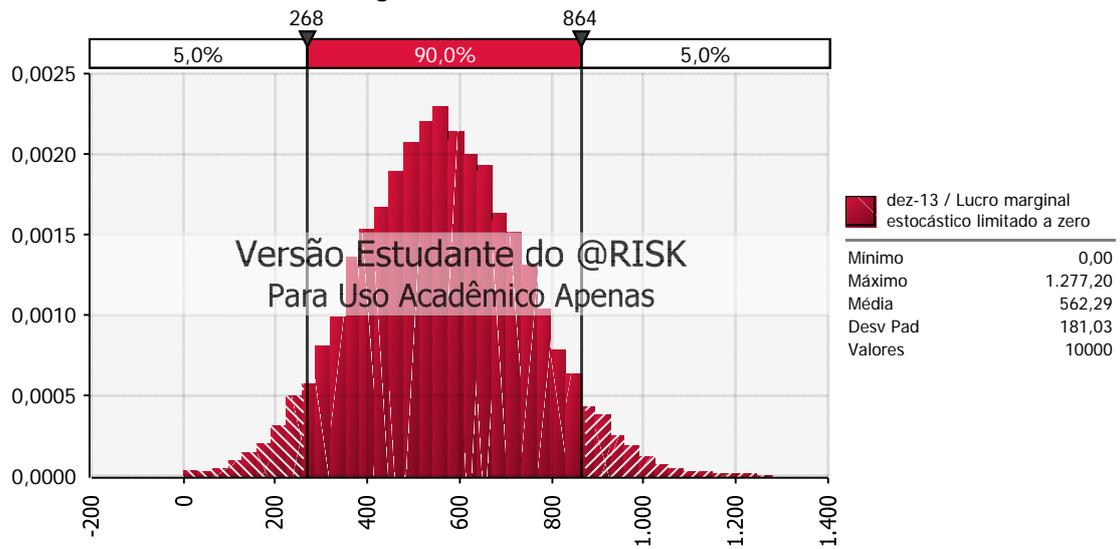
dez-13 / Preços estocásticos deflacionados - BHPK (t= 1,...,12)



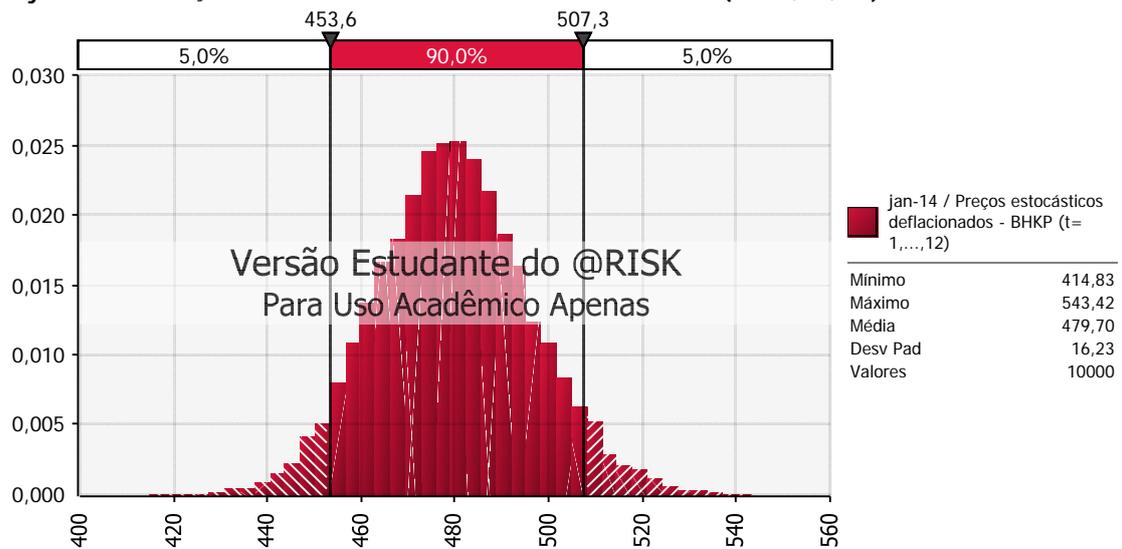
dez-13 / Lucro marginal estocástico



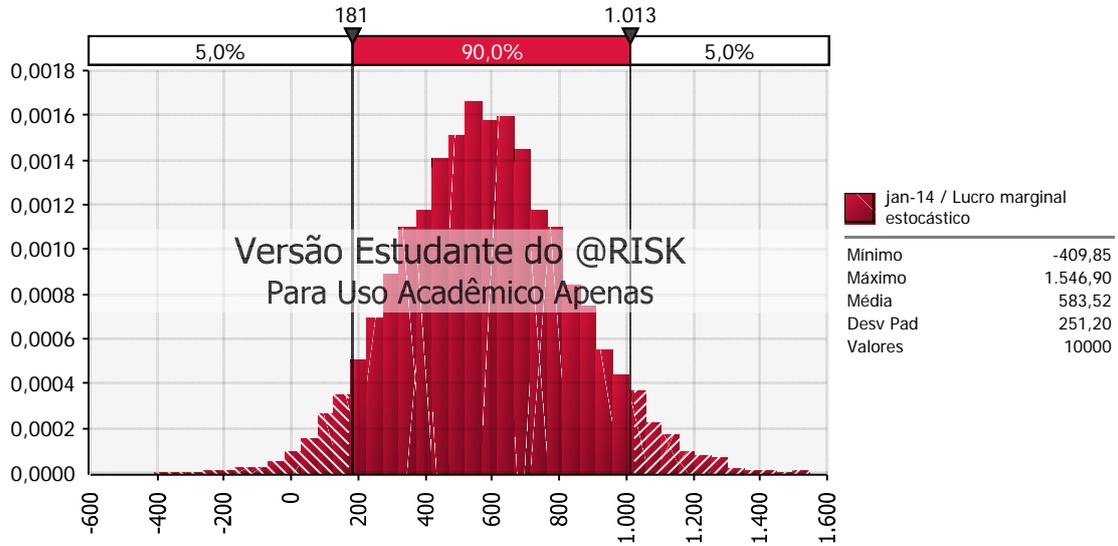
dez-13 / Lucro marginal estocástico limitado a zero



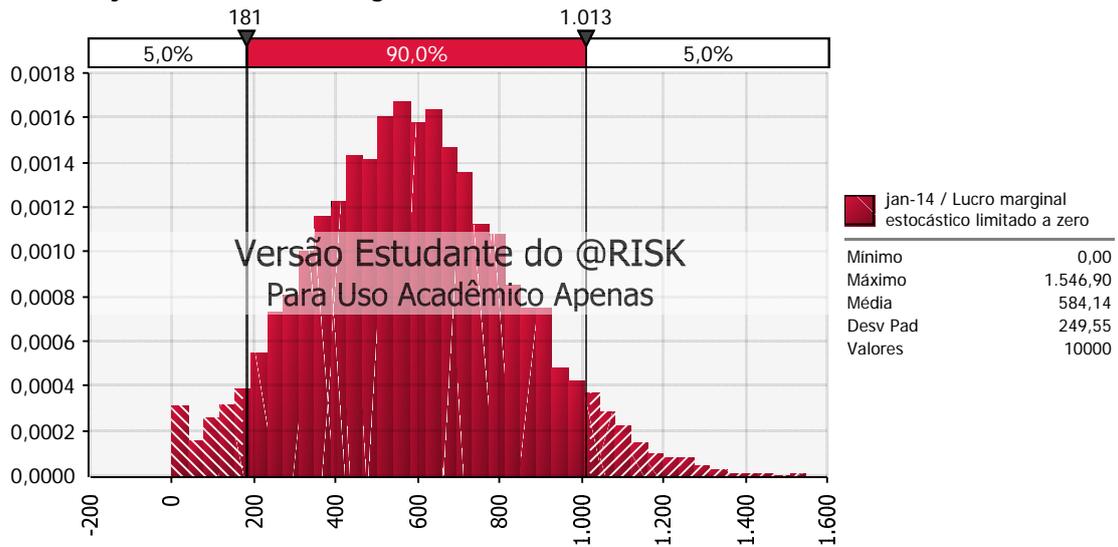
jan-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHPK (t= 1,...,12)



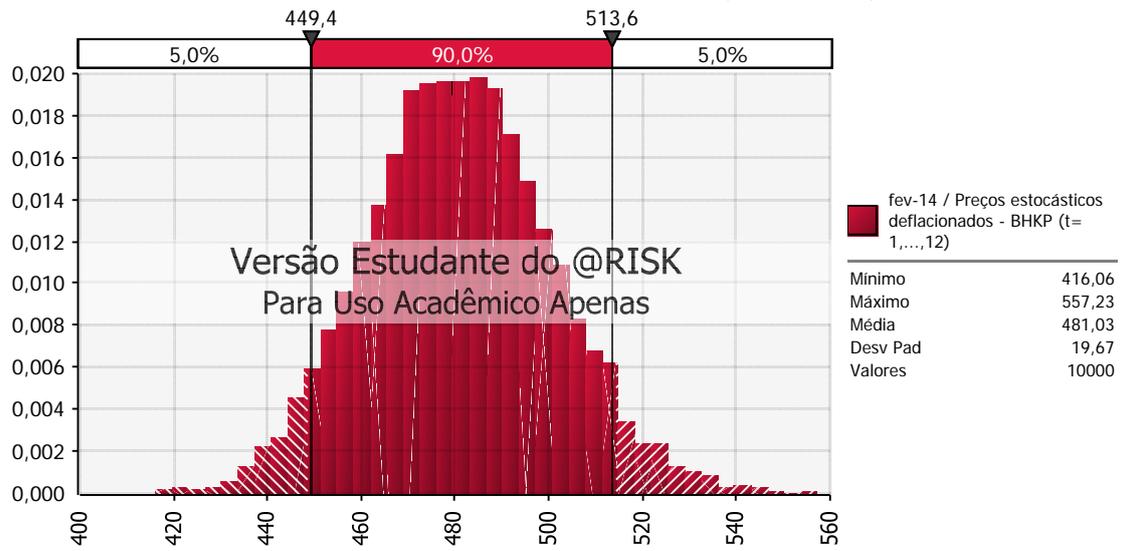
jan-14 / Lucro marginal estocástico



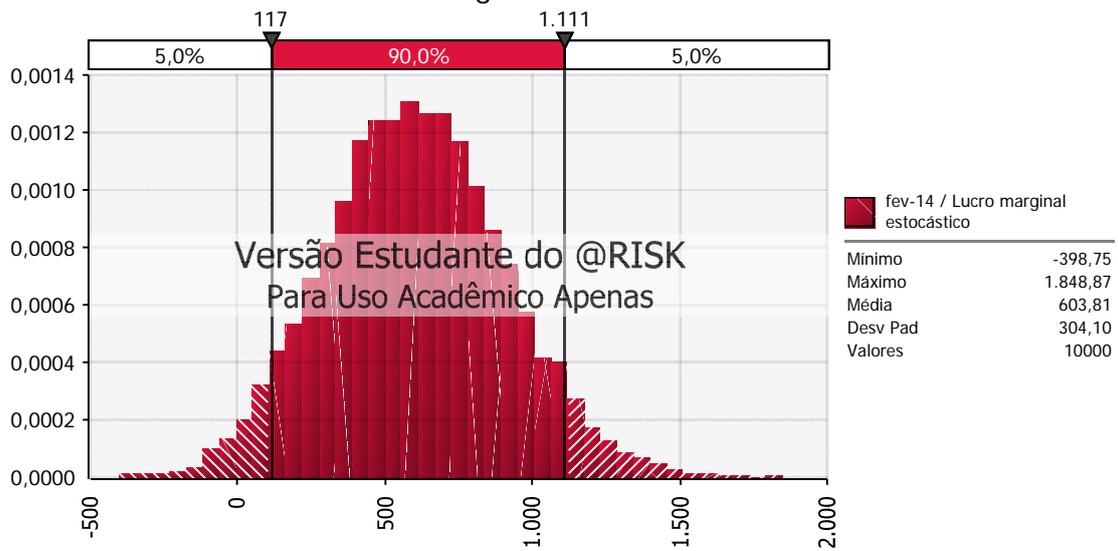
jan-14 / Lucro marginal estocástico limitado a zero



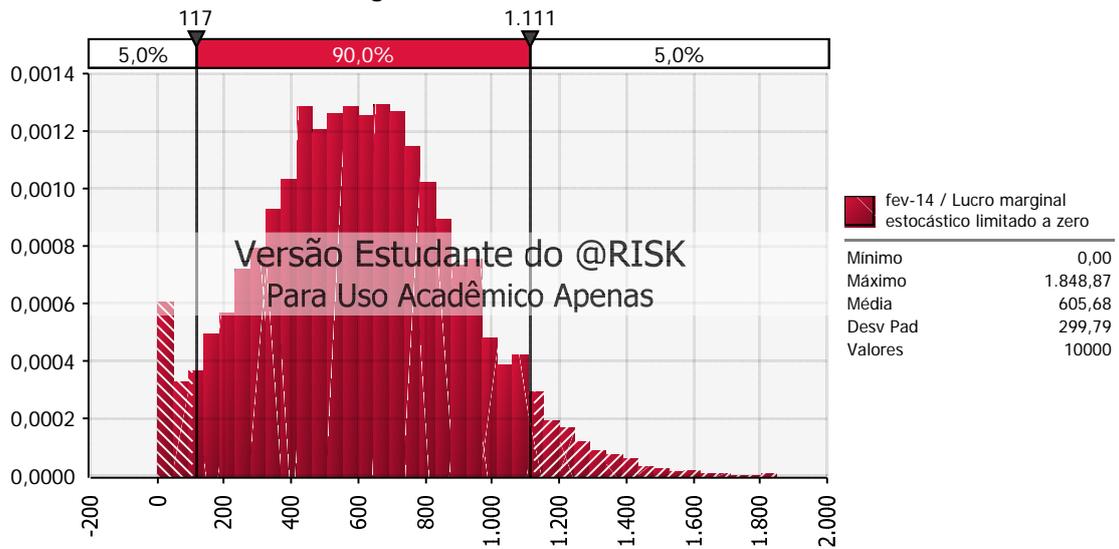
fev-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)



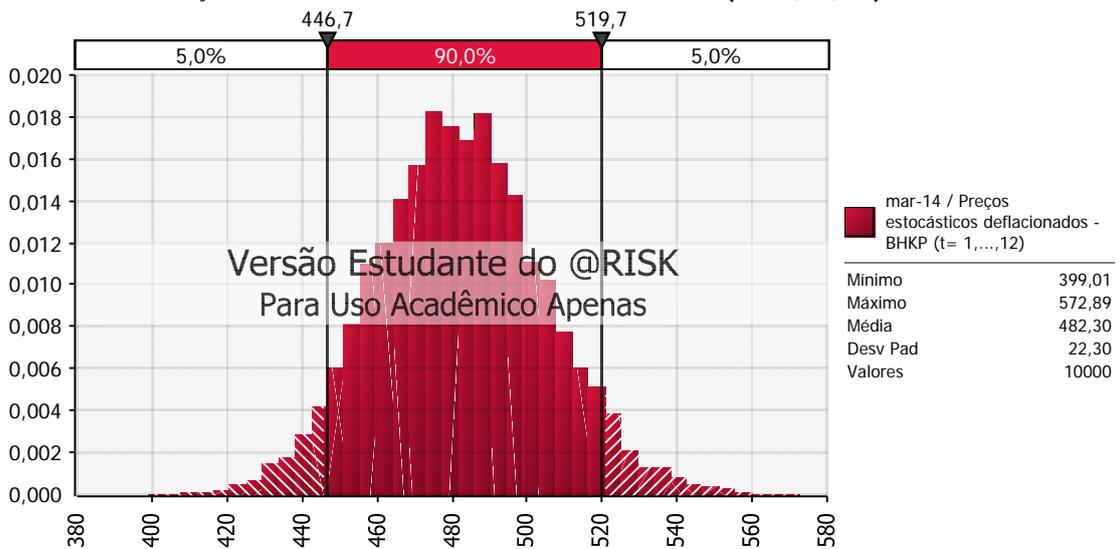
fev-14 / Lucro marginal estocástico

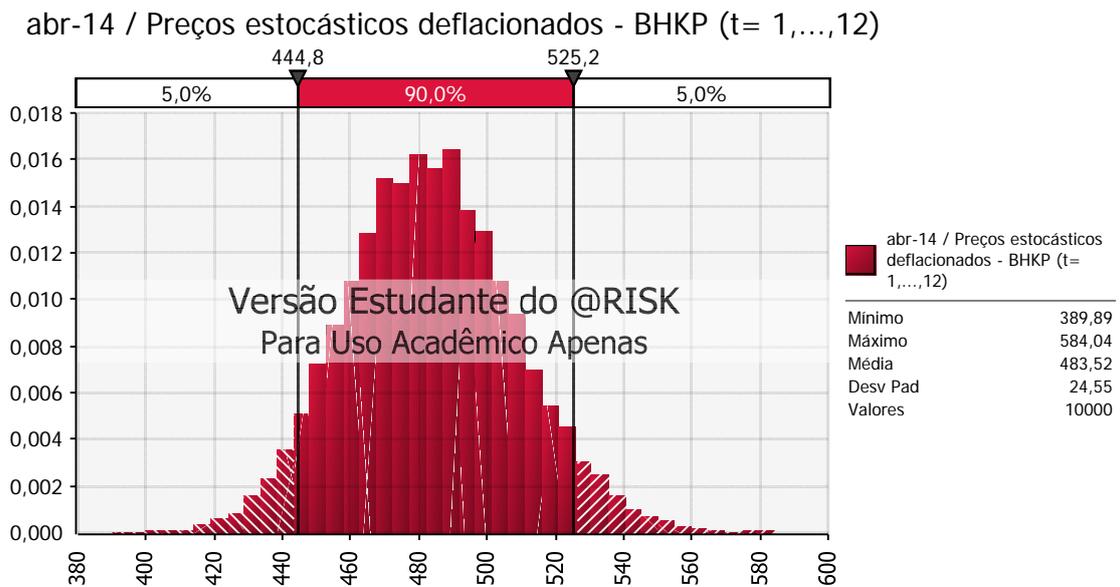
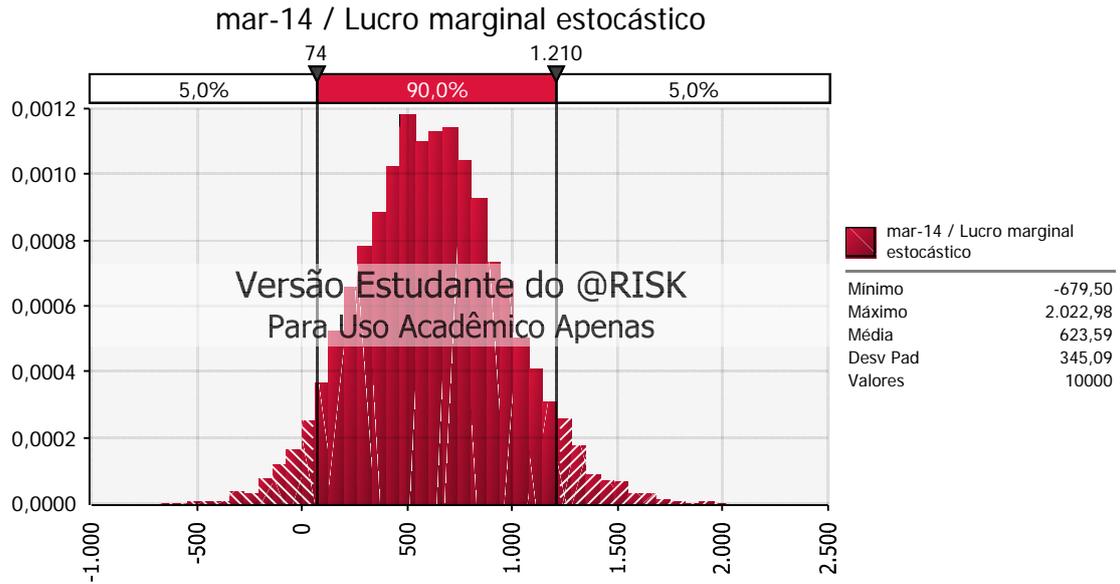


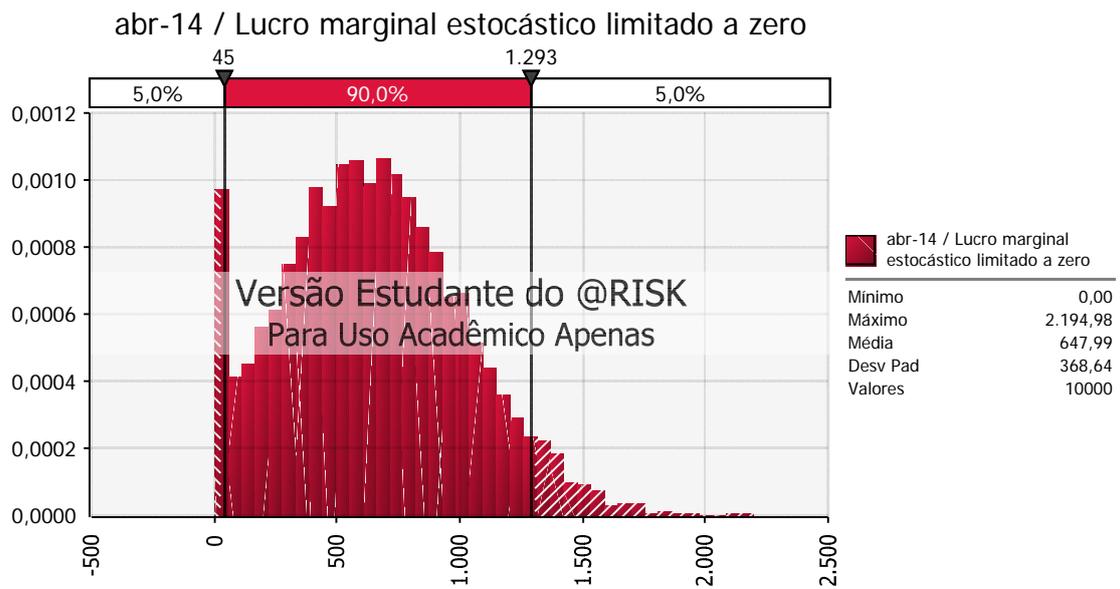
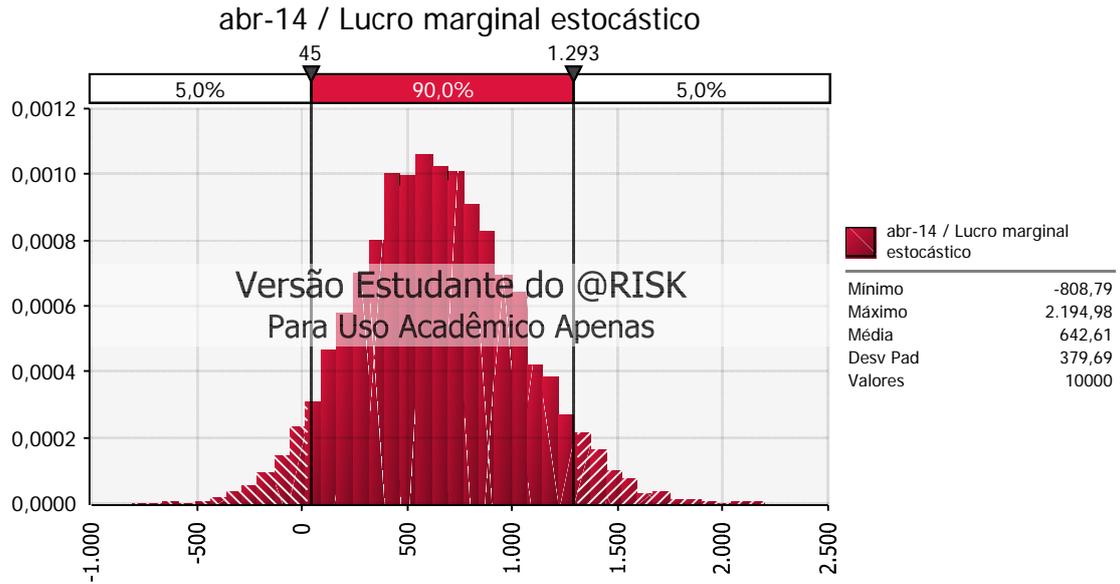
fev-14 / Lucro marginal estocástico limitado a zero



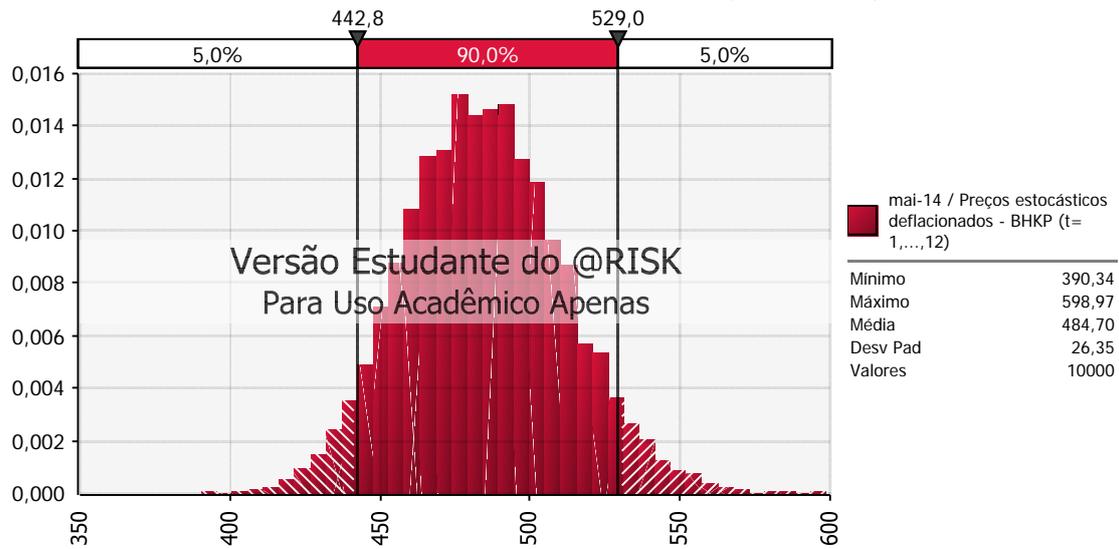
mar-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)



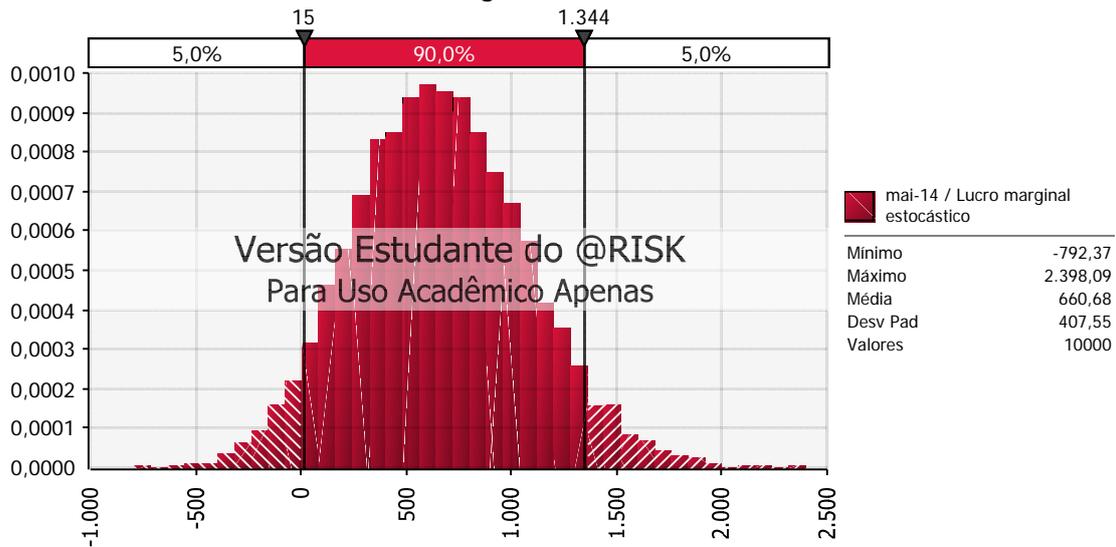




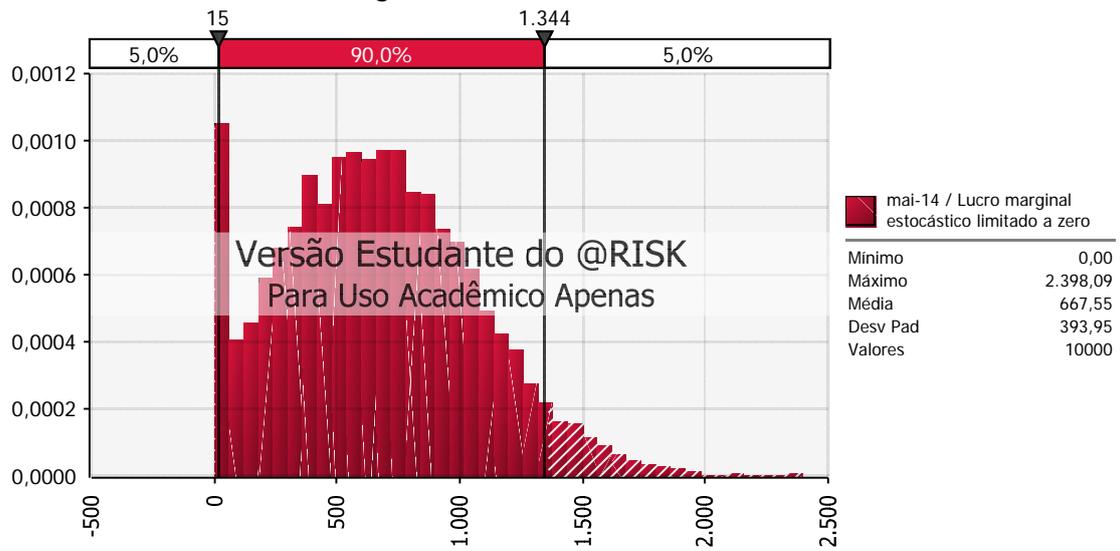
mai-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)



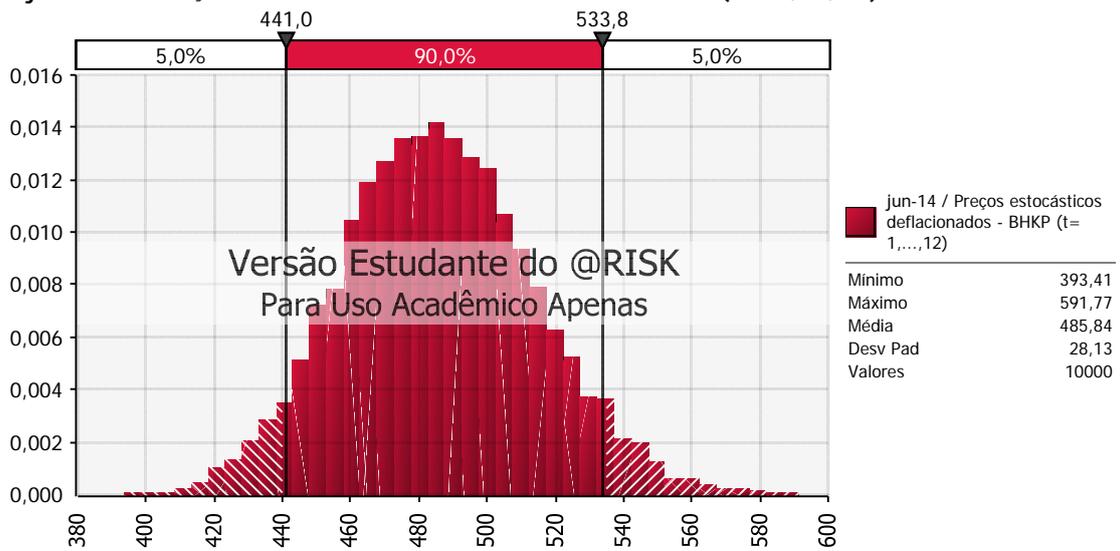
mai-14 / Lucro marginal estocástico

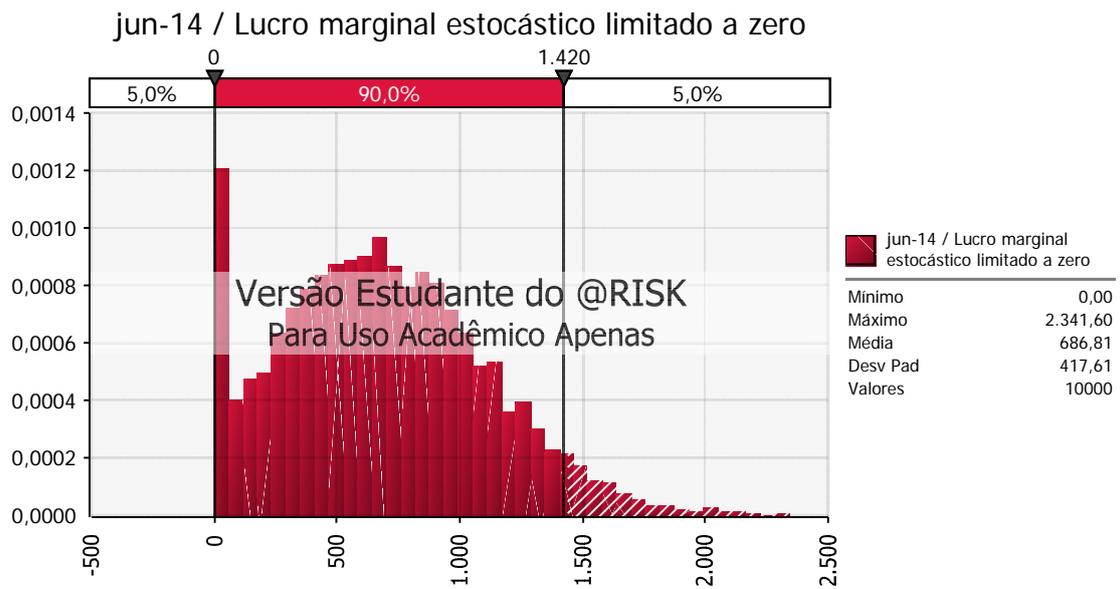
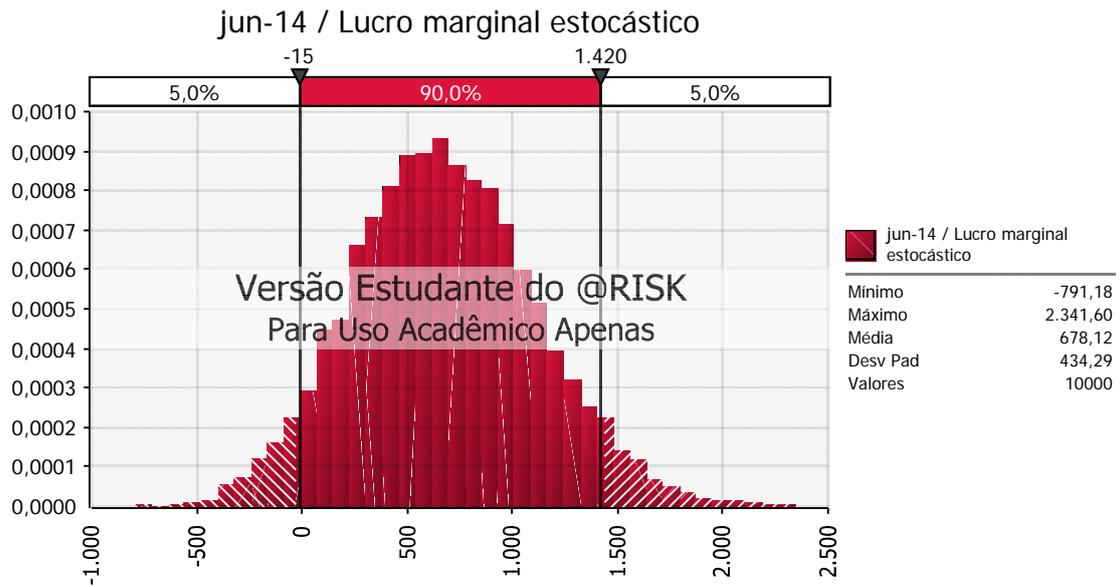


mai-14 / Lucro marginal estocástico limitado a zero

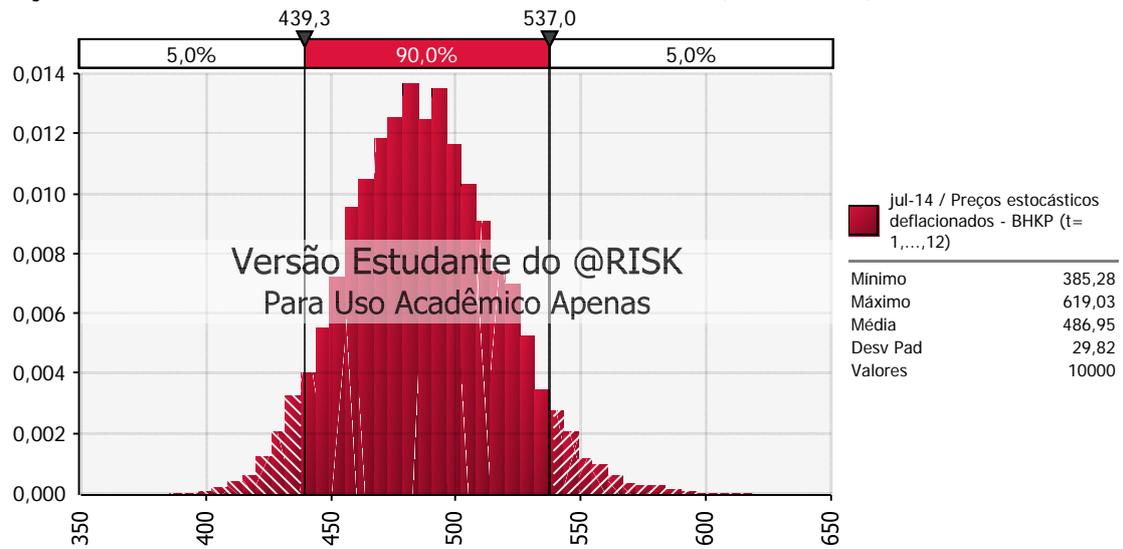


jun-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHPK (t= 1,...,12)

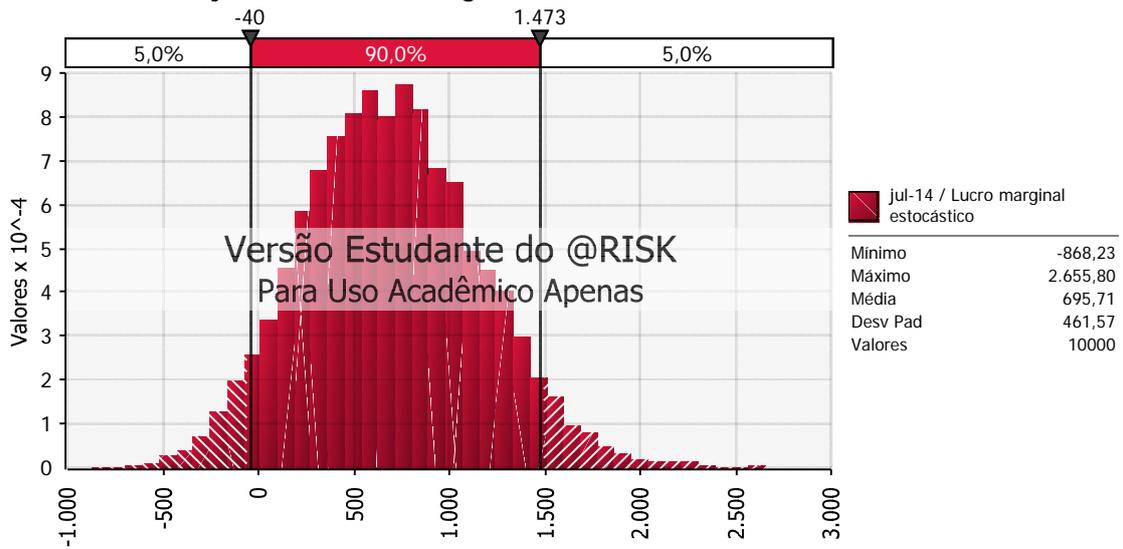


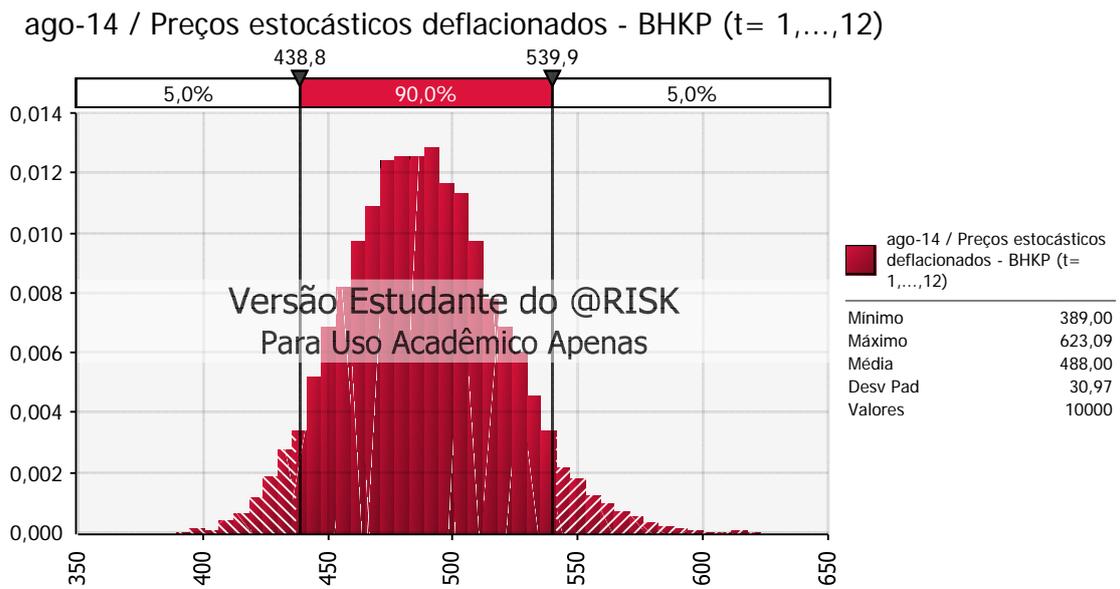
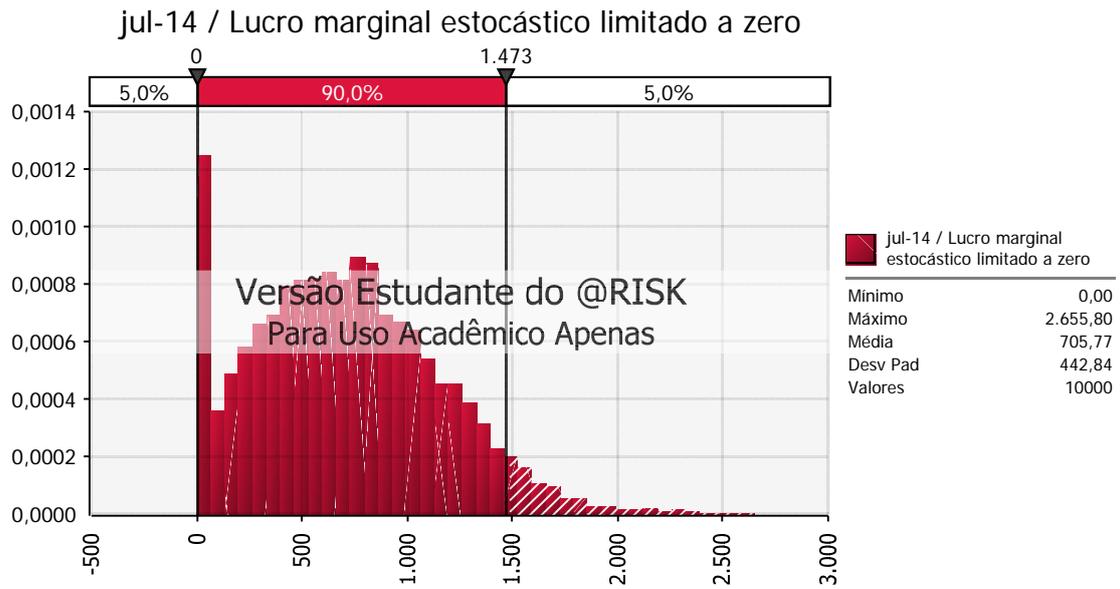


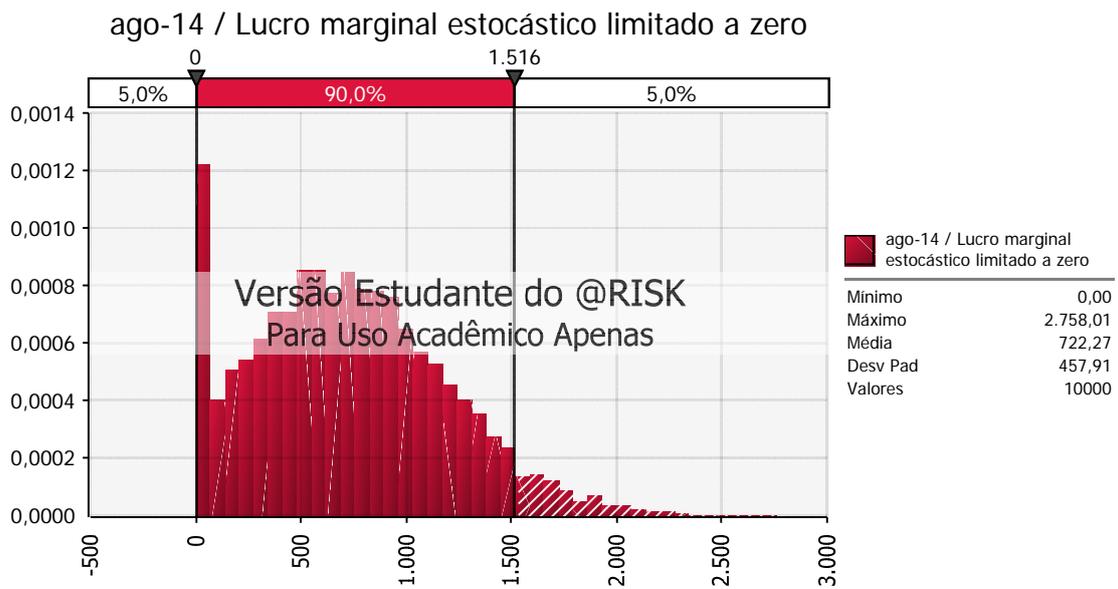
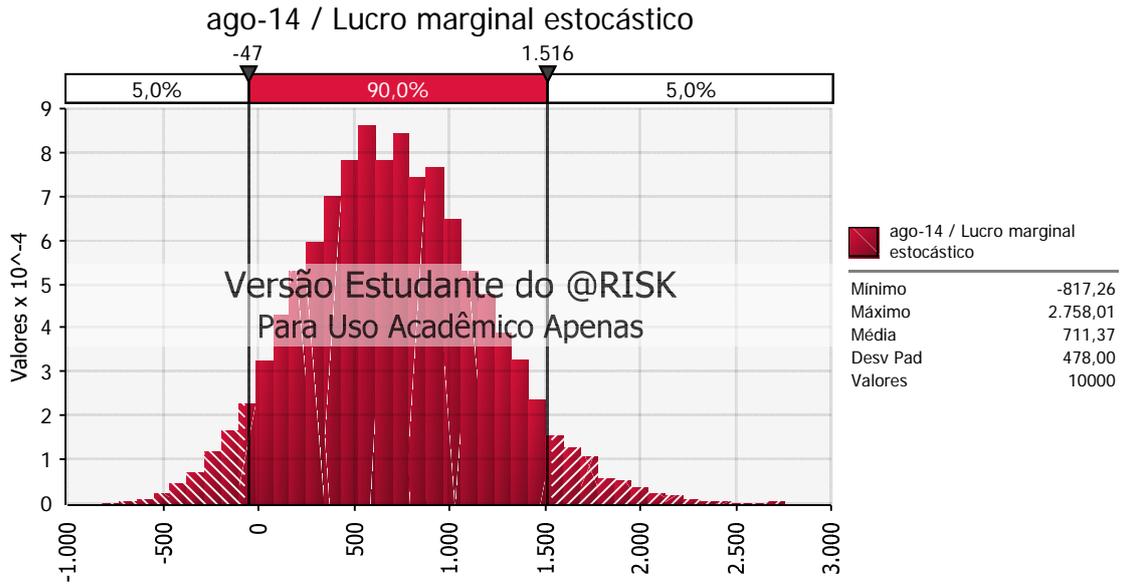
jul-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)

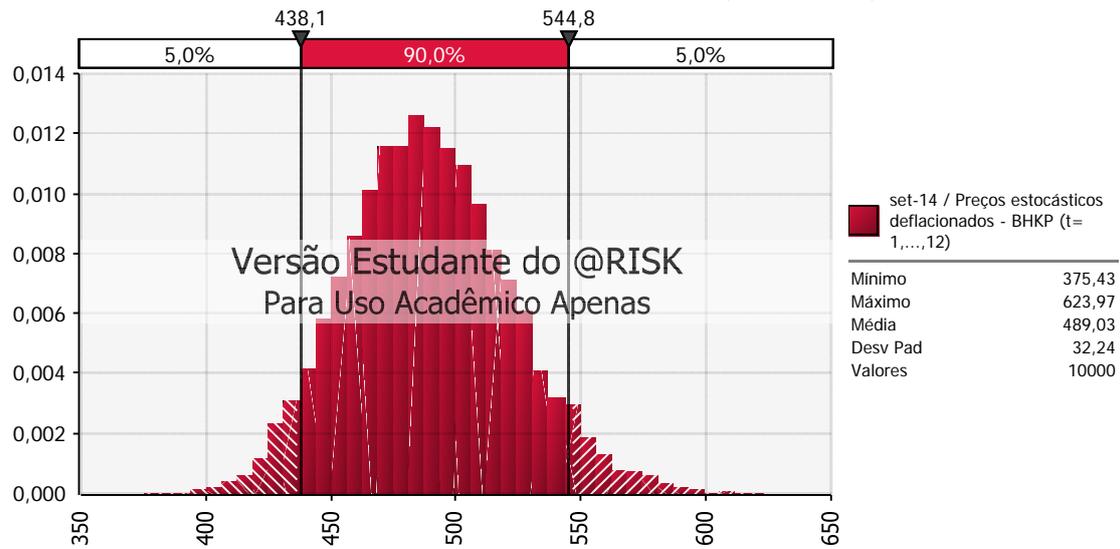


jul-14 / Lucro marginal estocástico

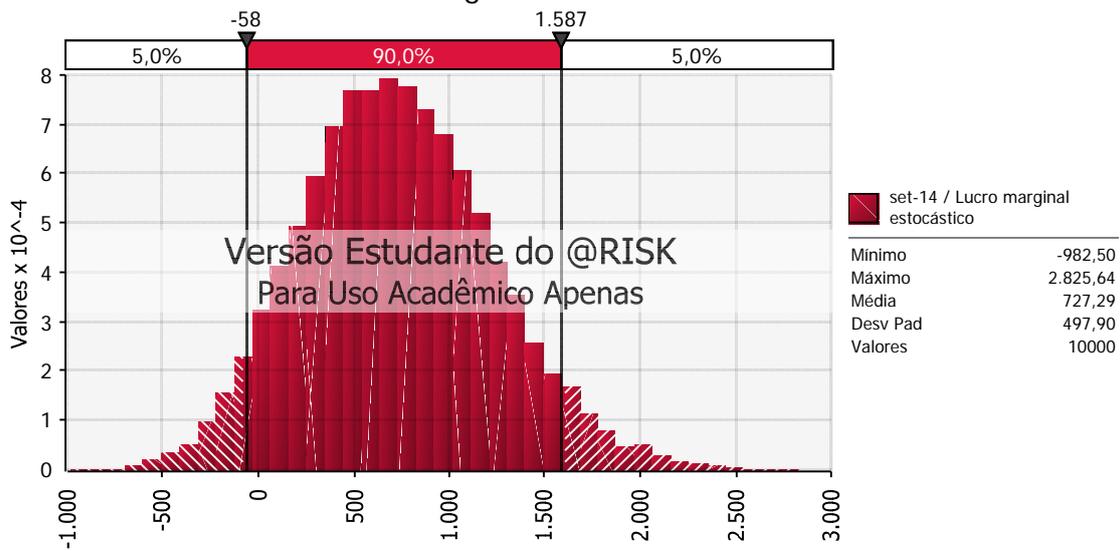




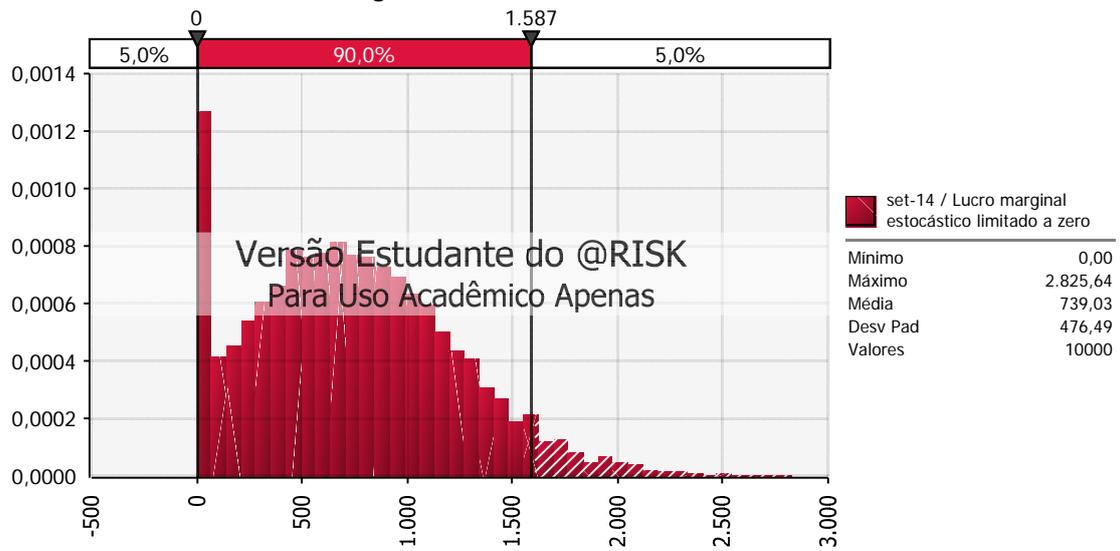


set-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHKP ( $t= 1, \dots, 12$ )

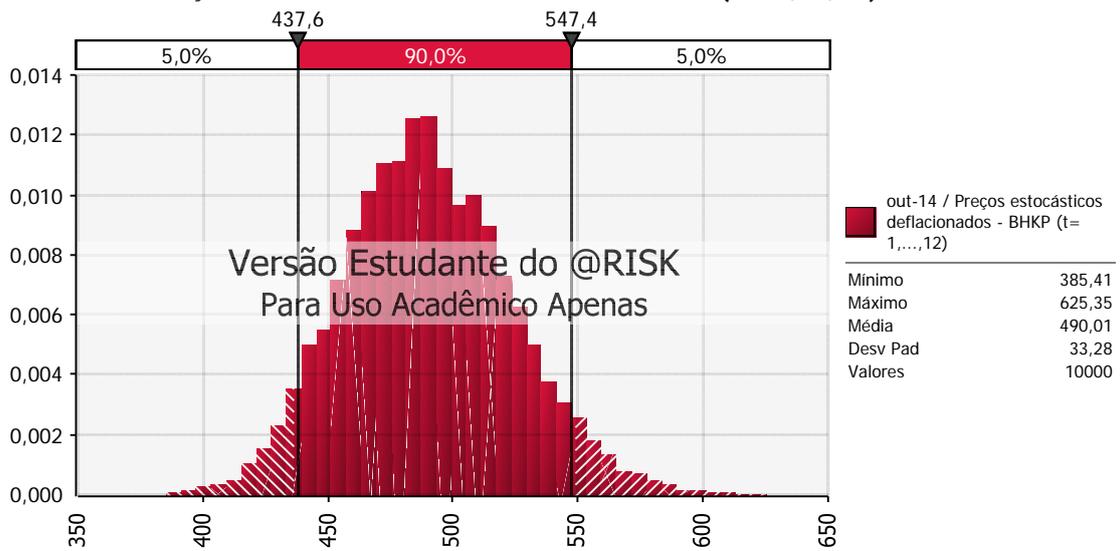
set-14 / Lucro marginal estocástico

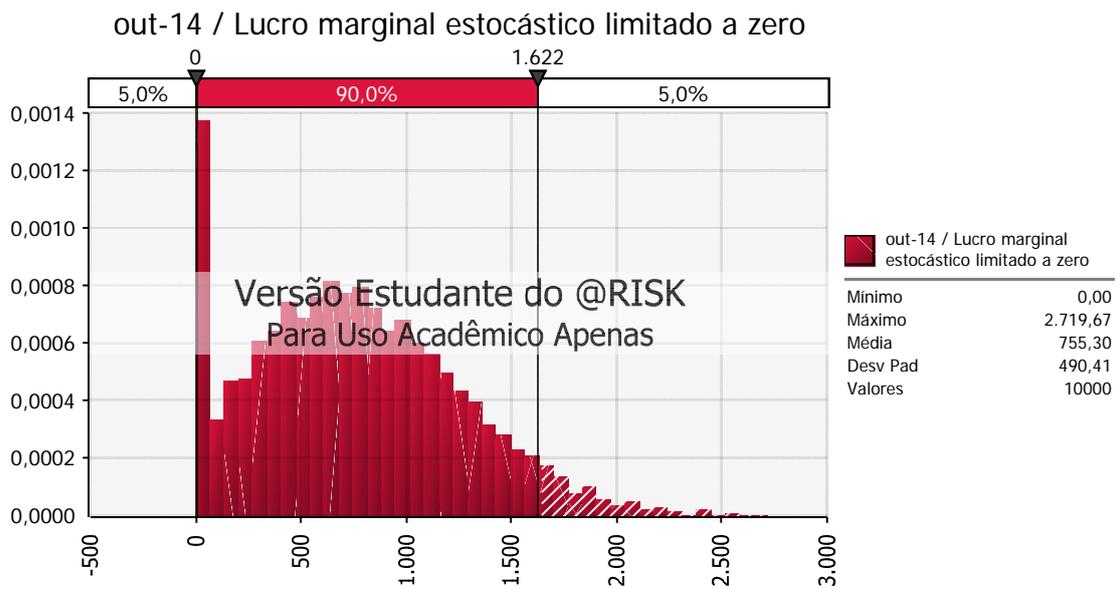
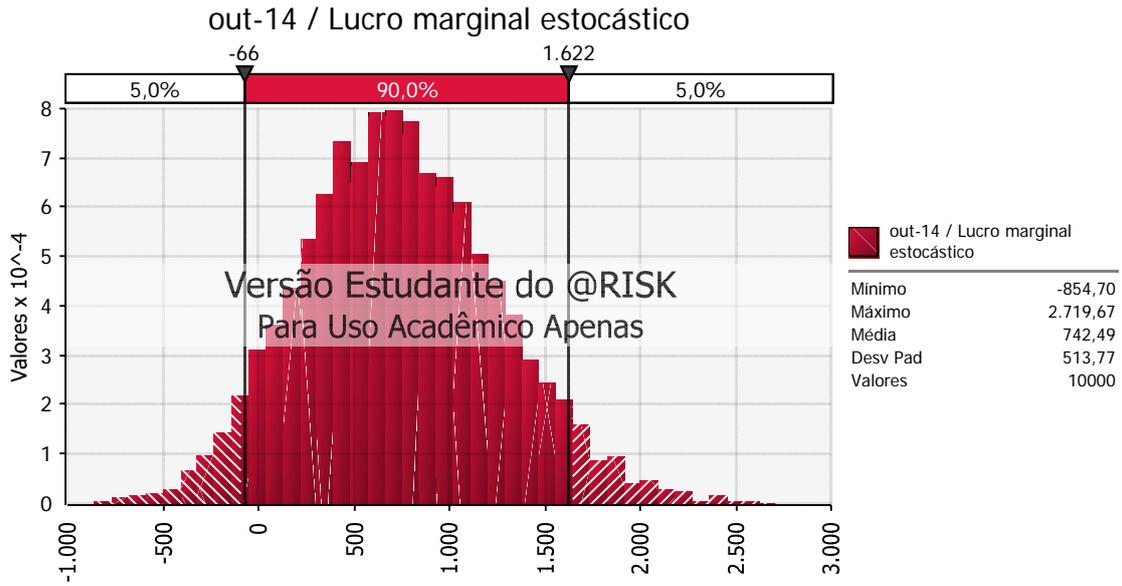


set-14 / Lucro marginal estocástico limitado a zero

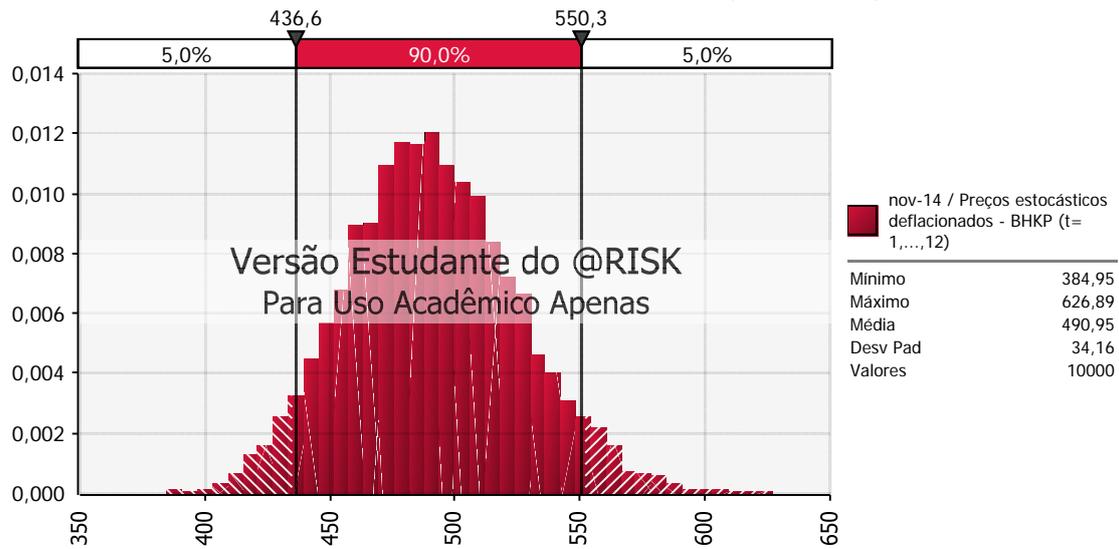


out-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHKP (t= 1,...,12)





## nov-14 / Preços estocásticos deflacionados - BHPK (t= 1,...,12)



## nov-14 / Lucro marginal estocástico

