Comunicação de participação em seminário

Data e local: 13 a 18 de julho de 2015, Nova York, Estados Unidos da América

Evento: Advanced Risk & Portfolio Management Bootcamp

Representantes do BNDES: Guilherme Fernandes Sanches e Wagner Saboia de Abreu

Página eletrônica: http://www.symmys.com/

Introdução

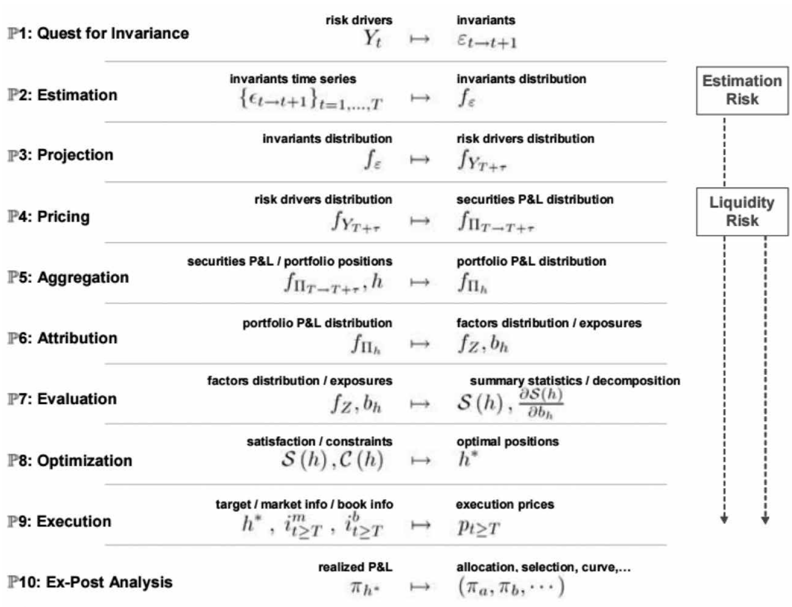
Em julho de 2015, ocorreu mais uma edição do seminário *Advanced Risk & Portfolio Management* em Nova York. Trata-se de evento de referência no tema de finanças quantitativas. O seminário passa por uma compreensão profunda da modelagem e dos fundamentos das técnicas estatísticas e de otimização em finanças, em seis dias intensivos de teoria e de exemplos e exercícios na linguagem de programação MATLAB.

O evento contou com Attilio Meucci como palestrante principal, além dos seguintes palestrantes convidados: Alex Lipton, Bob Litterman, Bruno Dupire, Fabio Mercurio, Jim Gatheral, Peter Carr, Rob Almgreen e Steven Shreve.

Meucci (2011a) apresenta, inicialmente, um plano de dez passos para guiar a modelagem e o gerenciamento da distribuição de probabilidade da perspectiva P&L (Perdas e Lucros) de suas posições de maneira correta, conforme figura a seguir.

Figura 1

Dez passos para gestão de risco e de carteira



Fonte: Meucci (2011a).

O seminário detalha cada uma das etapas citadas na figura anterior. A cada uma destas etapas prepara o terreno para uma investigação avançada que ajusta os modelos, aumenta sua flexibilidade ou capta características empíricas mais realistas. Como cada uma dessas etapas pode parecer simples à primeira vista, Meucci (2011a) destaca algumas armadilhas comuns que surgem em seu desenvolvimento.

A seguir, são detalhados alguns tópicos, elaborados por Meucci no seminário, que apresentam, na visão dos autores, maior possibilidade de aplicação nas atividades do BNDES.

Modelos de Fatores Lineares

Os preços de um ativo no horizonte de investimento são uma função da aleatoriedade no mercado, de forma que:

$$\mathbf{P}_{T+\tau} = \mathbf{g}\left(\mathbf{X}_{T+\tau,\tau}\right)$$

Para a redução da dimensionalidade, o objetivo é expressar o vetor das invariantes $\mathbf{X}$ como uma função de dois conjuntos de variáveis: um vetor $\mathbf{F}$ de alguns fatores que são responsáveis pela maior parte da aleatoriedade do mercado; e $\mathbf{U}$, um vetor residual de perturbações que têm um efeito marginal:

$$\mathbf{X}_{t,\tau} \equiv \mathbf{h}\left(\mathbf{F}_{t,\tau}\right) + \mathbf{U}_{t,\tau}$$

O uso de modelos de fatores lineares como a Análise dos Componentes Principais (*PCA*), pode ser crucial para o BNDES, de forma a não apenas reduzir dimensionalidades, mas também melhorar a modelagem dos fatores de risco mais importantes.

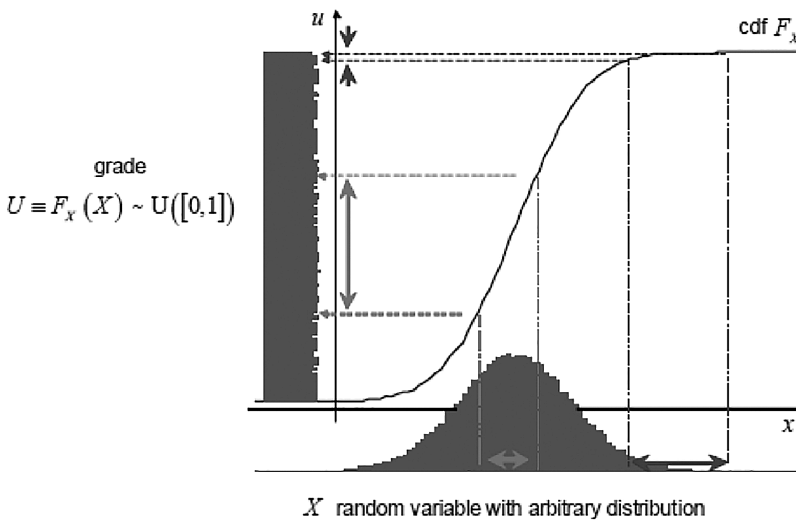
Cópulas

Ao se aplicar uma variável aleatória arbitrária X em sua própria função distribuição acumulada ($F(X)$), obtém-se uma variável aleatória transformada especial, que é chamada *grade* de X, definida como $U \equiv F_X(X)$.

A distribuição da *grade* é uniforme no intervalo [0,1] independentemente da distribuição original f_X, de forma que $U \sim \mathrm{U}_{[0,1]}$.

Figura 2

_F(X)_ mapeia variável aleatória qualquer em variável uniforme



Fonte: Meucci (2011b).

Na figura anterior se esboça a intuição por trás do conceito de cópulas. Entretanto, é necessária a extensão deste conceito para o caso multivariado:

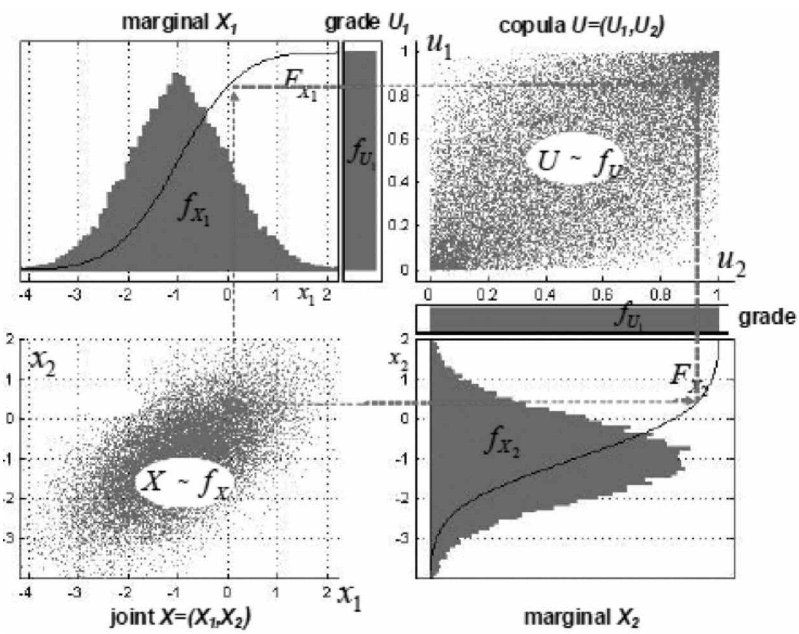
$$U_n \equiv F_{X_n}(X_n) \sim \mathrm{U}_{[0,1]}$$

De forma a possibilitar a visualização, na figura a seguir se apresenta uma aplicação de cópulas para o caso bivariado.

Uma cópula pode ser definida como a informação faltante nas distribuições marginais individuais para completar a distribuição conjunta.

Acredita-se que o uso de cópulas para a detecção de relações não lineares na carteira do BNDES pode ser fastidiosa, dado o grande número de instrumentos e de fatores de risco presentes. Entretanto, esta técnica conjugada a uma técnica de redução de dimensionalidade, como o PCA, pode ser útil.

Figura 3
Cópulas – relações não lineares de distribuições multivariadas



Fonte: Meucci (2011b).

Gestão de risco

Considere um mercado com N ativos. Em um tempo T um investidor pode obter α_n unidades de um n–ésimo ativo genérico de preço $P_T^{(n)}$. Uma alocação é representada pelo vetor N-dimensional $\boldsymbol{\alpha}$, que forma um portfólio tem valor igual a $\omega_T(\boldsymbol{\alpha}) = \boldsymbol{\alpha}'\mathbf{p}_T$, no momento da decisão de investimento.

No caso do BNDES e das demais instituições financeiras a principal medida de risco é o *Value at Risk* (VaR):

$$VaR_c(\boldsymbol{\alpha}) \equiv -Q_{\Psi_\alpha}(1-c)$$

O VaR se tornou uma medida de risco extremamente popular, especialmente após o acordo de Basileia. Uma das críticas ao VaR é que o mesmo não possui a propriedade de subaditividade, logo falha em promover a diversificação. Esta é a principal razão do desenvolvimento de medidas alterativas. Uma destas medidas é o *expected shortfall* (ES), que é definido por:

$$\mathrm{ES}(\boldsymbol{\alpha}) \equiv \mathrm{E}\{\Psi_\alpha | \Psi_\alpha \leq Q_c(\boldsymbol{\alpha})\} \quad \text{ou} \quad \mathrm{ES}(\boldsymbol{\alpha}) \equiv \frac{1}{1-c}\int_0^{1-c} Q_{\Psi_\alpha}(s)ds$$

A adoção do ES como principal medida de risco é uma tendência para Basileia, e consequentemente para o Banco Central, e poderia começar a ser estimada pelo BNDES no âmbito da gestão de risco de mercado.

Estimadores

No contexto do BNDES, a Teoria de estimadores pode ser aplicada em qualquer área que lide com modelos estatísticos. Podemos citar, por exemplo, o trabalho de Sanches (2014a), que busca estimar os parâmetros de modelos da família ARCH pelo **Método de Máxima Verossimilhança** em um contexto de construção e validação de uma metodologia de *Value at Risk* (VaR) para a carteira de participações societárias. Macedo e outros (2014), elaboram um modelo de risco país baseado em uma regressão linear estimada pelo **Método**

dos Mínimos Quadrados Ordinários. Sanches (2014b) também faz uso de métodos estatísticos de estimação no contexto de validação de modelos de sistemas de classificação de risco derivados de abordagens do tipo *shadow rating*.

Meucci (2005) apresenta três tipos de estimadores: não paramétricos, de máxima verossimilhança e *shrinkage*-bayesianos. A abordagem não paramétrica é baseada na lei dos grandes números, em que as médias amostrais estimadas em toda a série de tempo aproximam a esperança calculada sob a distribuição verdadeira. Tal aproximação melhora com o aumento no número de observações.

O princípio de máxima verossimilhança provê um método para determinar um estimador relacionado ao conceito estatístico de moda. A moda $\tilde{x}$ de uma distribuição é o valor que corresponde ao pico da distribuição f_X, isto é, ao argumento que maximiza a função de densidade de probabilidade:

$$\tilde{x} = \underset{x \epsilon \mathbb{R}^N}{\operatorname{argmax}} f_X(x)$$

Assim, definimos o estimador de máxima verossimilhança $\hat{\theta}$ da seguinte forma:

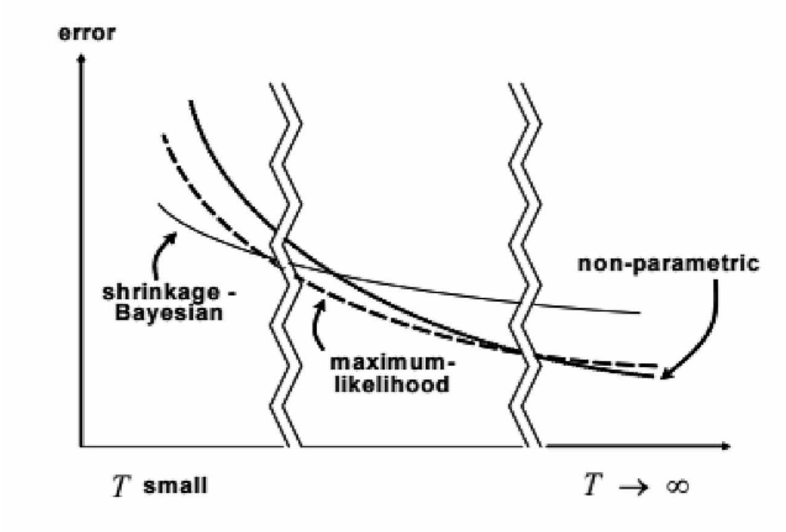
$$\hat{\theta} \equiv \underset{\theta \epsilon \Theta}{\operatorname{argmax}} f_\theta(i_T) = \underset{\theta \epsilon \Theta}{\operatorname{argmax}} \sum_{t=1}^{T} ln f_\theta(x_t)$$

Estimadores do tipo *shrinkage* são construídos por meio da combinação de estimadores constantes, que são muito eficientes embora apresentem elevado viés, com estimadores de mínimos quadrados ordinários. O ganho de eficiência gerado pelos estimadores constantes mais do que compensa a perda em viés e, assim, o erro do estimador é reduzido.

Pelo gráfico a seguir, pode-se verificar que o desempenho comparativo dos estimadores – inversamente proporcional ao seu erro – depende do tamanho da amostra utilizada.

Figura 4

Desempenho comparativo de diferentes tipos de estimadores



Fonte: Meucci (2005).

Segundo Meucci (2005), o objetivo da Teoria de estimadores é inferir o verdadeiro valor de determinado parâmetro desconhecido. Seja X uma determinada variável aleatória e i_T um vetor de suas realizações:

$$i_T = \{x_1, \ldots, x_T\}$$

O estimador é uma função que recebe o vetor de informação i_T e retorna o número $\hat{g}$, chamado de estimativa.

$$estimador: informação\ i_T \rightarrow número\ \hat{g}$$

G é um exemplo de estimador:

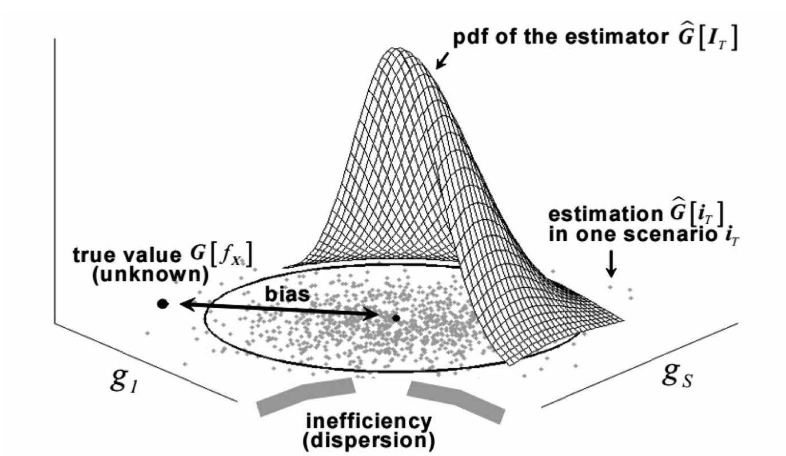
$$\hat{G}[i_T] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_t$$

Um estimador serve a seu propósito apenas caso o valor estimado seja próximo do verdadeiro:

$$\hat{G}[i_T] \approx G[f_X]$$

Onde f_X é a verdadeira função de densidade de probabilidade de X.

Figura 5
Construção dos estimadores



Fonte: Meucci (2005).

Para avaliar o desempenho de um estimador, define-se a função de perda como:

$$Perda(\hat{G}, G) = \left\|\hat{G}[I_T] - G[f_X]\right\|^2$$

Onde $\|\cdot\|$ denota a norma de um vetor

São definidos, então, o erro, viés e ineficiência do estimador $\hat{G}(.)$:

$$Erro(\hat{G}, G) = \sqrt{E\left\{\left\|\hat{G}[I_T] - G[f_X]\right\|^2\right\}}$$

$$Viés\left[\hat{G}, G\right] = \left\|E\left\{\hat{G}[I_T]\right\} - G[f_X]\right\|$$

$$Ineficiência^2\left[\hat{G}\right] = E\left\{\left\|\hat{G}[I_T] - E\left\{\hat{G}[I_T]\right\}\right\|^2\right\}$$

$$Erro^2\left[\hat{G}, G\right] = Viés^2\left[\hat{G}, G\right] + Ineficiência^2\left[\hat{G}\right]$$

Em seguida, são definidos a perda percentual e o erro percentual:

$$Perda\ Percentual(\hat{G}, G) = \frac{\left\|\hat{G}[I_T] - G[f_X]\right\|^2}{\|G[f_X]\|^2}$$

$$Erro\ Percentual(\hat{G}, G) = \frac{\sqrt{E\left\{\left\|\hat{G}[I_T] - G[f_X]\right\|^2\right\}}}{\|G[f_X]\|}$$

Gestão de carteira

O tema de gestão de carteira é indicado para as áreas do BNDES que lidam com compra e venda de ativos financeiros. Seu objetivo é auxiliar os gestores de recursos na construção de carteiras ótimas, que apresentem a melhor relação de risco e retorno levando-se em consideração o apetite a risco do BNDES.

Considere um mercado com *n securities*. Denotamos P_t como os preços das *n securities* no tempo *t*. No tempo *T*, quando o investimento é feito, o investidor pode adquirir α_n unidades da *n*-ésima *security*. O vetor *N*-dimensional α representa o resultado da decisão alocativa, que pode ser vista como uma "caixa preta" que processa dois tipos de entrada: a informação do perfil de investidor $\mathcal{P}$ e a informação i_t sobre o mercado disponível no momento da tomada de decisão.

A riqueza do investidor no tempo *T*, em que a decisão de investimento é tomada, é igual a WT. O vetor $\alpha^{(0)}$ representa a carteira do investidor nesse momento – possivelmente nula.

$$w_T \equiv p_T' \alpha^{(0)}$$

O objetivo principal do investidor, caracterizado por Ψ_α, depende da alocação e do vetor de mercado *M*.

$$\Psi_\alpha \equiv \alpha' M$$

O vetor de mercado *M* é uma transformação afim dos preços de mercado no horizonte de investimento:

$$M \equiv a + BP_{T+\tau}$$

Onde a é um vetor de tamanho *n* e *B* é uma matriz quadrada de ordem *n*.

Alocação ótima

Uma decisão alocativa processa a informação sobre o mercado (i_T) e sobre o investidor ($\mathcal{P}$) e gera os montantes para se investir em cada ativo:

$$\alpha[.]: [i_T, \mathcal{P}] \mapsto \mathbb{R}^N$$

O investidor está sujeito a um conjunto de restrições C que limitam suas possíveis alocações. A restrição orçamentária C_1 determina que o valor do investimento inicial não pode exceder um determinado orçamento b líquido dos custos de transação $\mathcal{T}\left(\alpha^{(0)}, \alpha\right)$:

$$C_1 = p_T'\alpha + \mathcal{T}\left(\alpha^{(0)}, \alpha\right) - b \leq 0$$

Onde $\alpha^{(0)}$ é a carteira inicial.

Os múltiplos objetivos do investidor são considerados ao se impor que o índice de satisfação $\tilde{S}$ exceda um limite mínimo $\tilde{s}$:

$$C_2 : \tilde{s} - \tilde{S}(\alpha) \leq 0$$

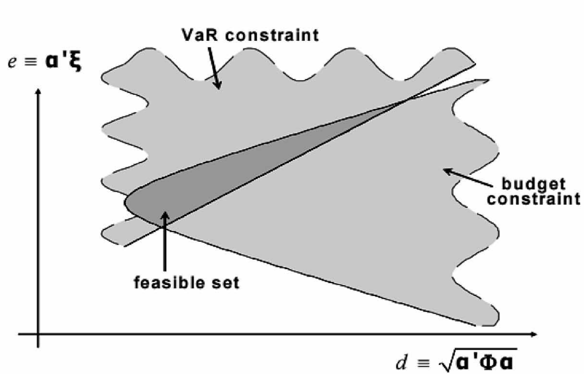
Denota-se uma alocação que satisfaça o conjunto de restrições C da seguinte forma:

$$\alpha \in C$$

O conjunto de alocações que satisfazem as restrições é chamado de conjunto factível (do inglês *feasible set*).

Figura 6

Conjunto factível



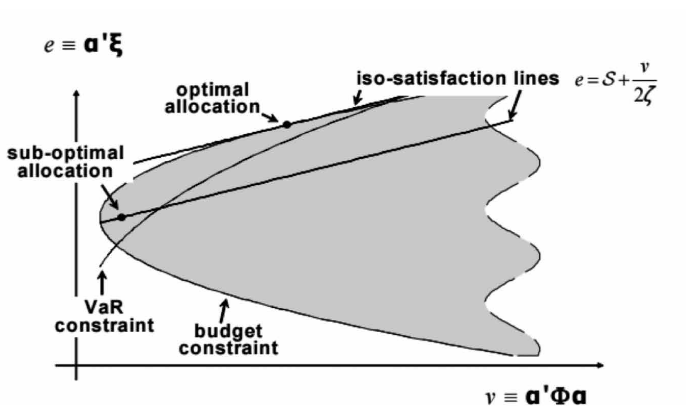
Fonte: Meucci (2005).

O investidor avalia as vantagens potenciais de uma alocação α baseado em seu índice de satisfação *S* dentro do conjunto factível. A alocação ótima é definida, portanto, por meio da solução do seguinte problema de maximização:

$$\alpha^* \equiv \underset{\alpha \in C}{\operatorname{argmax}}\{S(\alpha)\}$$

Figura 7

Alocação ótima



Fonte: Meucci (2005).

Referência bibliográfica

MACEDO, H. F. *et al*. Estimando o risco país: um modelo de probabilidade de *default* baseado em *ratings*. *Revista do BNDES*, Rio de Janeiro, n. 41, p. 415-434, jun. 2014.

MEUCCI, A. The Prayer: ten-step checkist for advanced risk and portfolio management. *SYMMYS*, Feb. 2 2011a. Disponível em: <http://www.symmys.com/node/63>. Acesso em: 21 ago. 2015.

______. Short, comprehensive, practical guide to copulas. *SYMMYS*, May 20 2011b. Disponível em: <http://www.symmys.com/node/351>. Acesso em: 21 ago. 2015.

______. *Risk and asset allocation.* Berlin: Springer, 2005.

SANCHES, G. F. Estimação de *Value* at *Risk* para horizontes superiores a um dia por meio dos processos estocásticos GARCH e APARCH combinados com simulação de Monte Carlo. *Revista do BNDES*, n. 41, p. 435-480, jun. 2014a.

______. Validação de Sistemas Internos de Classificação de Risco de Crédito sob o Arcabouço Prudencial de Basileia. *Revista do BNDES*, Rio de Janeiro, n. 42, p. 145-180, dez. 2014b.

Anexo

Descrição dos tópicos apresentados

Day 1 - Monday, 13 July 2015 - Eisner and Lubin auditorium (room 401)	
Morning Session **Introduction/Quest for Invariance** (8:30-12:30)	Afternoon Session **Quest for Invariance/Projection/Pricing** (13:30-16:00)
▪ **P vs Q: the worlds of quantitative finance** ▪ **The "Checklist": modular steps of ARPM** - P1: Quest for Invariance - P2: Estimation - P3: Projection - P4: Pricing - P5: Aggregation - P6: Attribution - P7: Evaluation - P8: Optimization - P9: Execution - P10: Ex-Post Analysis ▪ **Invariance and the random walk** - Equities: log-returns - Fixed-income: changes in yield to maturity - Derivatives: (log) changes in vol. surface ▪ **Advanced dynamics in discrete time** - Autocorrelation and AR(1) processes - ARMA processes and Wold's theorem - Long memory: fractional integration - Volatility clustering: GARCH	▪ **Advanced dynamics in continuous time** - Random walk: Levy processes - Autocorrelation: Ornstein-Uhlenbeck - Long memory: fractional Brownian motion - Volatility clustering: stochastic volatility - Volatility clustering: subordination ▪ **Projection to investment horizon** - Analytical projection - Numerical projection: Fast Fourier Transform; simulations - Annualization of skewness, kurtosis, etc. - Square-root/linear risk ellipsoid propagation **Review & Exercises** (16:00-18:30) **Guest lecture Fabio Mercurio** (18:30-19:15)

Day 2 - Tuesday, 14 July 2015 - Eisner and Lubin auditorium (room 401)	
Morning session **Quest for Invariance II** (8:30-12:30)	Afternoon session **Linear Factor Models** (13:30-16:00)
▪ **Pricing at investment horizon** - Full analytical: log-distributions - Full numerical: scenario pricing (Monte Carlo/historical) - Taylor approximation: theta-delta/vega- gamma; carry-duration-convexity - Stress-matrix approximation ▪ **Multivariate statistics** - Distribution taxonomy - Representations: pdf, cdf, cf, quantiles, scenario/probabilities - Spectral theorem / covariance visualization ▪ **Copulas** - Copulas in theory - Copulas in practice: Copula-Marginal Algorithm ▪ **Multivariate dynamics** - Multivariate Ornstein-Uhlenbeck process - Cointegration - Statistical arbitrage - Time-series, cross-sectional, statistical/PCA LFM's - Factor analysis	▪ **Linear Factor Models** - Systematic-idiosyncratic vs dominant-residual LFM's Distributional r-square - Time-series, cross-sectional, statistical/PCA LFM's - Factor analysis ▪ **Applications of LFM's** - Multivariate estimation - Asset pricing theory - Risk modeling - Portfolio optimization - Risk attribution/hedging ▪ **LFM's case studies** - Swap market: PCA and Fourier basis - Stock market: fundamental, macro, random matrix theory ▪ **Factor modeling pitfalls** - Returns vs. invariants vs. P&L - The idiosyncratic myth - CAPM vs. APT vs. LFM's - Time-horizon beta **Review & Exercises** (16:00-18:30) **Speed Mingling** (18:30-20:00)

Day 3 - Wednesday, 15 July 2015 - Eisner and Lubin auditorium (room 401)	
Morning session **Estimation I** (8:30-12:30)	Afternoon session **Estimation II** (13:30-16:00)
▪ **Estimators** - General definitions - Evaluation: bias, inefficiency, error - Stress-testing - Generalized p-values, generalized t-statistics ▪ **Multivariate non-parametric estimators** - Sample quantile and order statistics. - Sample mean/covariance and best-fitting ellipsoid - Sample factor loadings, betas, and OLS ▪ **Multivariate maximum-likelihood estimators** - Normal hypothesis: sample estimators - Non-normal hypothesis: fat tails and outlier rejection ▪ **Shrinkage estimators** - Stein mean - Ledoit-Wolf covariance	▪ **Robust estimators** - Assessing robustness: the influence function - Huber's "M" robust estimators: location, scatter and betas - Outlier detection and high-breakdown estimators - Minimum-volume ellipsoid and minimum-covariance determinant ▪ **Missing data** - EM algorithm - ML marginalization **Review & Exercises** (16:00-18:30) **Guest lecture Peter Carr** (18:30-19:15

Day 4 - Thursday, 16 July 2015 - Eisner and Lubin auditorium (room 401)	
Morning session **Risk Management I** (8:30-12:30)	Afternoon session **Risk Management II** (13:30-16:00)
▪ **Portfolio aggregation** - P&L vs. returns - Holdings vs. weights ▪ **Risk attribution** - Bottom-up approach - Factors on Demand - Portfolio-specific factor models - Non-Greek few-out-of-many hedging ▪ **Investor's objectives** - Total return - Benchmark allocation - Net profits ▪ **Portfolio evaluation** - Stochastic dominance - Satisfaction indices ▪ **Non-dimensional indices** - Sharpe ratio, Omega, Sortino ratio, Kappa ▪ **Diversification** - Review of common definitions - Minimum Torsion Bets - Effective number of bets	▪ **Expected utility and certainty-equivalent** - Analytical solutions: mean-variance as satisfaction - Numerical solutions ▪ **Quantiles and value at risk (VaR)** - Semi-analytical solutions in elliptical markets - Cornish-Fisher approximation - Extreme value theory (EVT) - Numerical solutions - Contribution to VaR from securities/factors ▪ **Coherent measures of performance** - - Expected shortfall (ES) and conditional value at risk (CVaR) - Contribution to ES from securities/factors - Spectral measures of performance ▪ **Stress Testing for estimation risk** - Basic stress testing - Panic copulas with Copula-Marginal Algorithm - Fully Flexible Probabilities (time/state/entropy pooling conditioning) - Fully Flexible Bayesian networks **Review & Exercises** (16:00-18:00) **Guest Lecture by Rob Almgren** (18:00:18:45) **ARPM Bootcamp Gala Dinner** (19:00-22:50) See last page

Day 5 - Friday, 17 July 2015 - Eisner and Lubin auditorium (room 401)	
Morning session **Portfolio Management I** (8:30-12:30)	Afternoon session **Portfolio Management II** (13:30-16:00)
▪ **Constrained optimization: computationally tractable problems** - Linear and quadratic programming - Second order and semi-definite cone programming ▪ **Two-step heuristics** - Affine equivariance of expectation and covariance - Analytical mean-variance: two-fund theorem - Numerical mean-variance: quadratic programming - Mean-CVaR and alternative trade-offs ▪ **Benchmark vs. total-return portfolio management** - Expected outperformance, tracking error, info ratio - Frontier in total-return coordinates - Frontier in relative-return coordinates ▪ **Pitfalls of mean-variance** ▪ **Systematic strategies**	▪ **Estimation risk** - Allocation as a decision - Opportunity cost as loss of an estimator ▪ **Simple allocation techniques** - Prior allocation: efficiency - Sample-based allocation: unbiasedness ▪ **Robust allocation** - Box uncertainty sets - Elliptical uncertainty sets (second-order cone programming) **Q&A with Attilio Meucci** (16:00-15:00) **Review & Exercises** (17:00-19:00)

Day 6 - Saturday, 18 July 2015 - Eisner and Lubin auditorium (room 401)	
Morning session (8:30-12:30) **Portfolio Management III**	Afternoon session(13:30-16:00) **Portfolio Management IV**
▪ **Multivariate Bayesian estimation** - Theoretical background - Analytical solutions: Normal-Inverse Wishart model - Numerical solutions: Monte Carlo Markov Chains ▪ **Bayesian allocation** - Predictive return allocation - Classical-equivalent allocation ▪ **Black-Litterman and beyond** - Black-Litterman - Entropy Pooling and Fully Flexible Views - Non-normal markets - Non-linear views - Generalized stress-testing - Ranking allocation	▪ **Dynamic allocation strategies** - Convex/concave strategies - CPPI - Delta-replication - Drawdown control - View at multiple horizons ▪ **Liquidity** - Transaction costs - Market impact - Best execution **Q&A with Attilio Meucci** (16:00-17:00) **Review and Exercises** (17:00-19:00)

Nota: Retirado de http://www.symmys.com/.